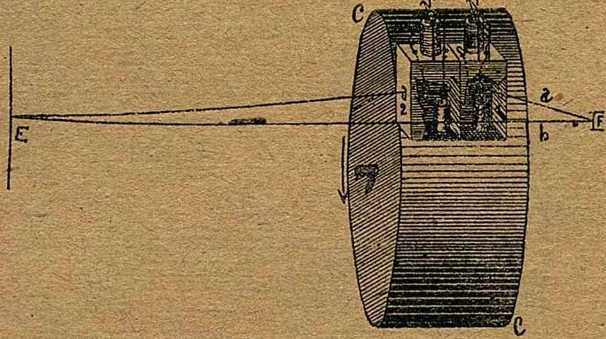
ENRIQUE LOEDEL PALUMBO

NUEVOS CONCEPTOS Y APLICACIONES

sobre algunos puntos de

FÍSICA



MONTEVIDEO

Imprenta "El Siglo Ilustrado", de Gregorio V. Mariño

938 — CALLE SAN JOSÉ — 938

1920

Al distinguido Ingeniero Carlos M. Mo…
respetuosamente
El Autor

NUEVOS CONCEPTOS Y APLICACIONES

SOBRE ALGUNOS PUNTOS DE

FÍSICA

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO

NUEVOS CONCEPTOS Y APLICACIONES

sobre algunos puntos de

FÍSICA

MONTEVIDEO

Imprenta "El Siglo Ilustrado", de Gregorio V. Mariño

938 — CALLE SAN JOSÉ — 938

1920

DEDICATORIA

Mi primer esfuerzo a mis hermanos Eduardo y Emilia, Profesores de Física en la Universidad.

El Autor.

PRÓLOGO

Escudado en mi juventud es que me atrevo a presentar al público un libro de esta naturaleza, que, en realidad, no es más que un folleto donde he tratado de condensar el fruto de mis primeros esfuerzos, los cuales reconocen como causa, el entusiasmo que en mí siempre ha despertado el estudio de la Física.

Por otra parte, egresado recientemente de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, donde he seguido los cursos de Física Elemental, no tengo títulos más que para rogar se acepte mi folleto como traducción de mis esfuerzos con objetivo de aportar un humilde grano de arena al océano de lo desconocido, cuyas incógnitas, en desafío continuo con nuestra sed de investigación, irán sometiéndose al fin ante la potencialidad del número e investigación, ante la actualidad del cálculo y experimentación.

Si el despejarlas, da oportunidad al resurgir de otras nuevas, sean ellas bien venidas, pues que

llegan con la simpática misión de garantir al hombre un eterno esperar.

Nuevos ideales mantienen en tensión las ansias de vida, incógnitas nuevas cimentan la verdad de las despejadas y amplifican generosamente el campo de acción de la Ciencia.

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO.

Caída de los cuerpos

Las leyes que rigen la caída de los cuerpos, son dos: aquella que trata de la independencia de la masa en la velocidad, y la que estudia el movimiento de la caída desde el punto de vista cinemático.

La primera ley descubierta por Galileo puede enunciarse así: *Prescindiendo de la resistencia del aire, los cuerpos caen desde la misma altura, con la misma velocidad, sea cualquiera su naturaleza y su masa.*

Ya el autor de la ley, demostrábala por la conocida experiencia de la torre de Piza, donde observaba que tirando desde la cumbre simultáneamente varias esferas de igual volumen y distintas densidades, llegaban todas al mismo tiempo al pie de la torre. En los gabinetes se demuestra la ley por medio del tubo de Newton, donde para colocarse dentro del enunciado de aquélla se enrarece el aire del tubo.

Se conoce también el experimento de Prevost del cual es una pequeña modificación el tubo de la figura 1.

Dicho tubo es de metal, y se encuentra abierto

por su parte superior, y cerrado por la inferior con un pequeño cono que se ajusta a tornillo.

Si colocamos dentro del tubo, tal como está en

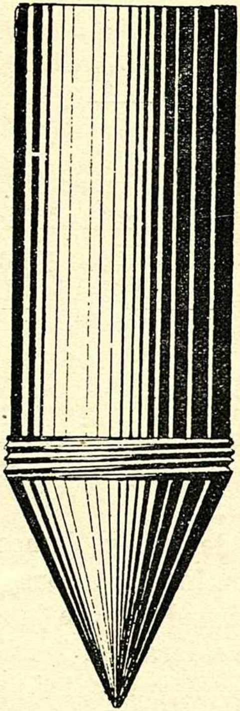


Fig. 1

la figura, dos cuerpos de naturaleza distinta, tal como un papel y una moneda, por ejemplo, y lo dejamos caer desde cierta altura, como la resistencia del aire obra sobre la parte exterior del tubo y no sobre los objetos de adentro, éstos cae-

rán al mismo tiempo que aquél y, por lo tanto, queda ya demostrada la ley.

Falta ahora ver que es la resistencia del aire que impide que esos mismos objetos caigan libremente en la atmósfera con la misma velocidad desde la misma altura; y para eso se utiliza solamente la parte superior del tubo, poniendo los objetos que han de ir dentro de éste apoyados sobre un enrejado de alambre.

De este modo, al dejar caer el tubo, el aire obra directamente sobre los objetos, lo que hará, en nuestro caso, que salga por la parte superior el papel y no la moneda, según las leyes de la resistencia del aire.

2.ª Ley. *El movimiento de los cuerpos que caen es uniformemente acelerado.*

Para la demostración experimental de esta ley se han ideado varios aparatos, entre ellos la máquina de Atwood, de Rabbs, el cilindro de Morín, y otros.

Puede también demostrarse esta ley y sus derivadas, por medio del aparato de la figura 2, que consiste en una polea sobre la cual van montadas por medio de un cordón dos pesas iguales, lo mismo que en la máquina de Atwood.

Además, la polea está provista de dos topes *T* y *T'*, diametralmente opuestos de tal modo que cuando la polea está en movimiento, por cada vuelta de ésta, los topes *T* hacen dos veces presión sobre la palanca *P* que está atraída por el

resorte R, y que por medio del lápiz L escribe en ese momento sobre una tira de papel que pasa frente al lápiz con movimiento uniforme, merced a un aparato de relojería.

Supongamos que hemos puesto sobre una de

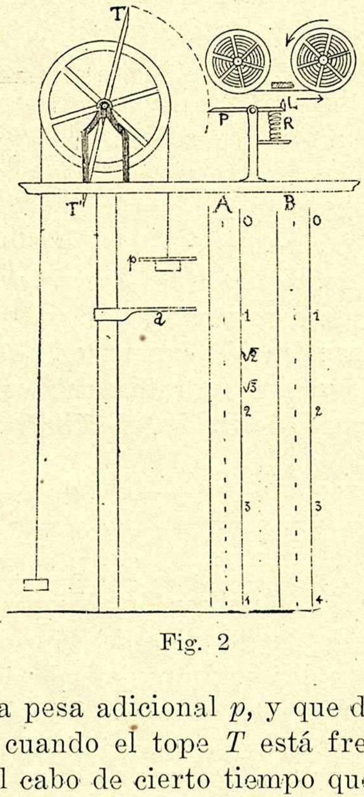


Fig. 2

las pesas la pesa adicional p, y que dejamos libre el sistema cuando el tope T está frente a la palanca P. Al cabo de cierto tiempo que tomaremos por unidad, la polea habrá dado media vuelta y el lápiz habrá vuelto a escribir sobre la tira de

papel en 1. Como la tira lleva un movimiento uniforme, la unidad de tiempo que hemos tomado es el espacio que media entre el origen 0 y el primer punto marcado por *1*. Si tomamos entonces sobre la tira un espacio doble, es decir, un tiempo doble, como, según la ley, *los espacios son proporcionales a los cuadrados de los tiempos*, si hoy había dado la polea media vuelta ahora dará 4 medias vueltas, que quedan marcadas sobre la tira de papel, y del mismo modo tomando sobre la tira un espacio 3, 4, 5...... veces mayor, se observarán marcadas en ese espacio las señales de 9, 16, 25... medias vueltas. Representa lo dicho la tira *A* de la figura.

Para demostrar ahora la ley derivada de la fundamental, y que dice: *Cuando cesa la fuerza aceleratriz recorre el móvil en igual tiempo doble espacio del recorrido con movimiento uniformemente acelerado, cuya velodicad inicial era nula*, nos serviremos del mismo anillo de Atwood, y la gráfica de este movimiento la tenemos en la tira *B*, que nos dice que se ha suprimido la fuerza aceleratriz, al cabo del tiempo 2 en el cual se han dado 4 medias vueltas, luego en igual tiempo, es decir de 2 al 4 dará 8 medias vueltas. Como vemos, esta máquina no nos da una gráfica continua, y, además, los choques que se producen entre los topes *T* y la palanca *P* absorben mucha energía al movimiento, lo que hace que la gráfica sea bastante imperfecta.

—Una gráfica continua puede realizarse mediante el aparato que indica la figura 3. Como se ve, el sistema de las pesas y polea es igual que el del aparato anterior, pero se ha agregado

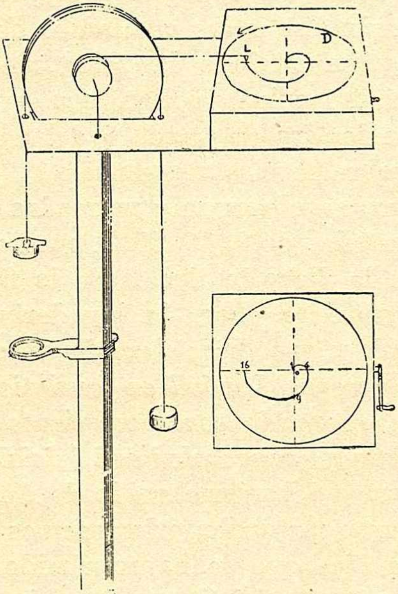


Fig. 3

en el eje de la última un pequeño cilindro solidario a ella sobre el cual va arrollado un hilo que mantiene en su extremo un lápiz *L*. El conjunto no constituye, como se ve, más que un torno.

El movimiento del lápiz *L* es de la misma clase que el de la caída libre y reducido en amplitud por dos causas: la primera deriva del mismo fun-

damento de la máquina de Atwood, donde siendo g la aceleración de la caída libre y g' la de la máquina, se tiene prescindiendo del peso de la polea, cordón, etc.:

$$g' = g\frac{p}{2P + p}$$

y si llamamos g'' a la aceleración del lápiz, se tendrá:

$$\frac{g'}{g''} = \frac{R}{r}$$

siendo R el radio de la polea y r el radio del cilindro, y de donde:

$$g'' = g'\frac{r}{R}$$

y de aquí sustituyendo el valor de g' se tiene:

$$g'' = g\frac{pr}{(2P + p)R}$$

El lápiz L de aceleración g'' se apoya en su movimiento sobre el disco D que gira con movimiento uniforme, merced a un aparato cualquiera de relojería.

Supongamos que al empezar el movimiento de la máquina, el lápiz se encuentra en el centro del disco, y que mientras éste rote un cuadrante, el

lápiz haya caminado en el sentido del radio una magnitud que tomaremos igual a 1; cuando el disco haya dado $\frac{2}{4}$ de vuelta, que implica un tiempo doble, pues al disco lo suponemos con movi-

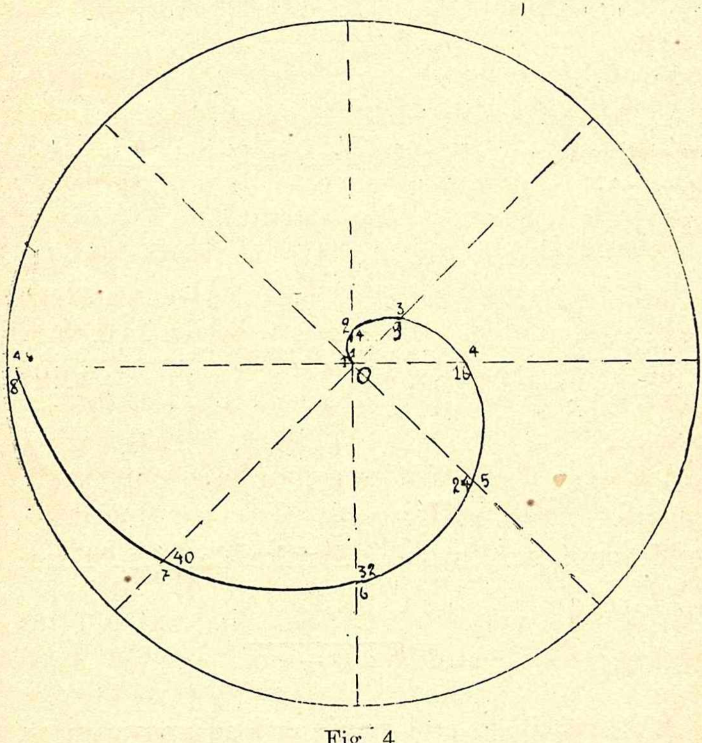


Fig. 4

miento uniforme, el lápiz se habrá apartado de 0 una magnitud igual a 4 para los $\frac{3}{4}$ de vuelta 9, y así sucesivamente.

La figura 4 muestra una gráfica donde se ha

tomado como unidad de tiempo, el tiempo que tarda el disco en dar $\frac{1}{8}$ de vuelta, es decir, en recorrer un ángulo de 45°.

En la figura se ve que ha sido suprimida la fuerza aceleratriz en la 4.ª unidad de tiempo, de modo que ya lleva recorrido a partir de 0 con movimiento acelerado, una magnitud igual a 16, de modo que a partir de este punto en igual tiempo, es decir, al cabo de otra media vuelta el lápiz caminará 32, que sumadas a las 16 anteriormente recorridas, sumarán 48 a partir de 0. Como el movimiento ahora es uniforme, si recorre 32 unidades de espacio en media vuelta $(\frac{4}{8})$, en cada octavo recorrerá 8, y es por eso que en la quinta unidad de tiempo está marcado 24, es decir, 16 + 8, en la sexta 32, es decir, 24 + 8, y así sucesivamente.

La figura 5 muestra la gráfica que se obtendría haciendo partir el lápiz no del centro sino de la periferia del disco, y haciéndolo recorrer un diámetro.

—Pueden obtenerse gráficas análogas a éstas por medio del aparato mucho más sencillo, de la figura 6, que consiste en un tablero suceptible de girar alrededor de un eje horizontal hasta formar un ángulo cualquiera α con el horizonte. En este movimiento de giro guían al tablero las correderas *C*, que llevan los tornillos de presión *T* que sirven para fijar la posición de aquél donde queramos.

Sobre este tablero móvil es que se encuentra la caja de relojería destinada a hacer girar el

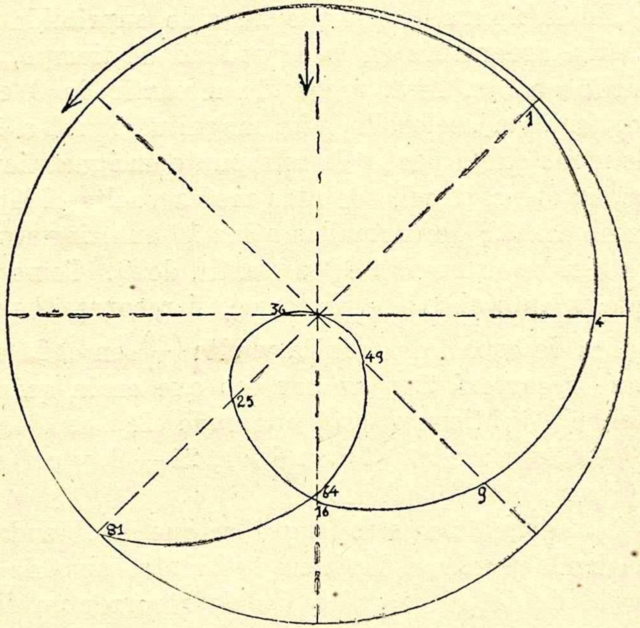


Fig. 5

disco, que dicho sea de paso tiene su plano paralelo al del tablero.

Siguiendo la dirección de la línea de máxima pendiente del plano se extienden los carriles *cc* sobre los cuales puede correr el carrito *A*, que lleva consigo el lápiz *L*, que se apoya directamente sobre el disco, recorriendo un diámetro de éste. Además, puede, si se quiere, ligar el carro *A*, por

medio de un cordón, que pasa por la polea *p* a la pesa *P'*.

Ahora bien, siendo α la inclinación del plano y

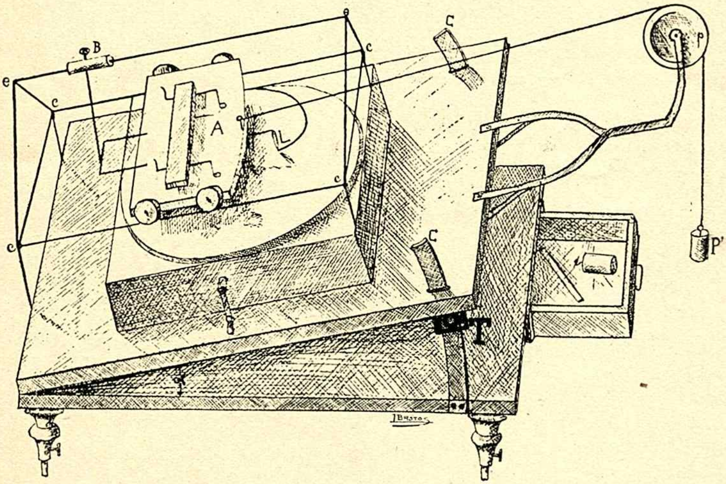


Fig. 6

P el peso del carro *A*, la fuerza por la cual tiende a deslizarse por el plano, es:

$$P_1 = P \operatorname{sen} \alpha$$

y si suponemos ahora que *P'* (peso de la pesa *P'*) sea igual a P_1 el sistema se hallará en equilibrio, pero si suponemos que agregamos sobre el carro *A* una pieza adicional de peso *p*, la fuerza que desarrollará esta pesa, será p sen α, y como, por otra parte, las aceleraciones comunicadas a un sistema por una fuerza constante

p sen *α*) están en razón inversa de las masas de esos sistemas, resulta, llamando *g'* a la aceleración de *p* resbalando sólo sobre el plano y *g''* la aceleración impresa por *p* a todo el sistema, que:

$$\frac{g'}{g''} = \frac{P + P' + p}{p} \quad . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

de donde:

$$g'' = g' \frac{p}{P + P' + p}$$

y como, por otra parte:

$$g' = g \operatorname{sen} \alpha$$

se tiene:

$$g'' = g \operatorname{sen} \alpha \frac{p}{P + P' + p} \quad . \ . \ . \ 2)$$

siendo como suponíamos $P' = P$ sen α, pues de lo contrario no sería aplicable la fórmula (1). Si en la fórmula (2) se hace $p = o$ resulta:

$$g'' = o$$

que es lo que se consigue eliminando *p* por medio de la pieza *B* que se desliza a lo largo de *ee'*. Si se hace esto último habiendo conseguido primero

mediante la inclinación del plano, que $P'=P_1$, $= P$ sen α) el carro A seguirá luego con movimiento uniforme y recorrerá en igual tiempo doble espacio del ya recorrido, pero si P' es diferente de P_1. por ejemplo, mayor, el carro seguirá moviéndose con movimiento uniformemente retardado de aceleración:

$$g_1 = g \frac{P' - P \text{ sen } \alpha}{P + P'} \quad \ldots\ldots (3)$$

luego, al cabo de cierto tiempo se detendrá para subir por el plano con movimiento uniformemente acelerado.

En el caso supuesto de que P' es diferente de P sen α la aceleración del carro al descender por el plano con la pesa p, es:

$$g_1'' = g \frac{\text{sen } \alpha (P + p) - P'}{P + P' + p} \quad \ldots (4)$$

Como el aparato que precede está destinado a que se le encierre en una campana con gases a distintas presiones, es necesario que de por sí solo baje el tope que sostiene al carro antes de la partida, lo que se consigue por el mismo aparato de relojería que hace funcionar al disco, y utilizando un sistema parecido al que hace sonar la hora en los relojes. Es así como se puede es-

tudiar la resistencia al movimiento en los distintos gases y a distintas presiones, con lo cual se facilitará el estudio de las leyes de la resistencia de los fluídos al *movimiento* de los cuerpos.

Medida de la tensión normal en el péndulo

Recordaremos primero la expresión algebraica de esta tensión para luego ir al aparato que la mide.

Sea, figura 7, un péndulo donde hemos descom-

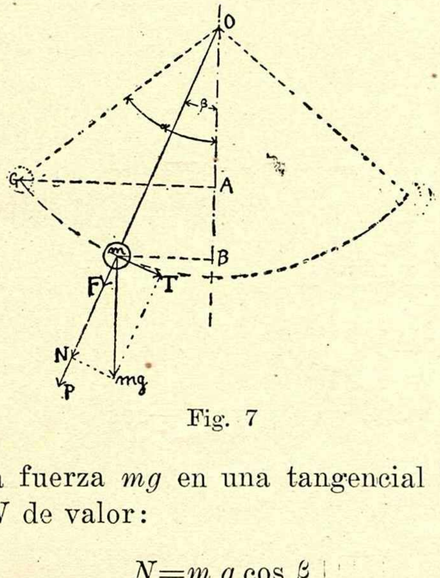


Fig. 7

puesto la fuerza mg en una tangencial T y otra normal N de valor:

$$N = m\,g \cos\beta$$

Pero esta fuerza N no constituye por sí sola toda la tensión normal, sino que para encontrar

el valor total de esta última habrá que agregar a aquélla la tensión producida por la fuerza centrífuga en el movimiento de rotación.

Esta fuerza vale:

$$F = \frac{m v^2}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Se ve, pues, que para conocer F basta con conocer v en función de los ángulos α y β Como se sabe, la velocidad del péndulo cayendo de G a m es la misma que si cayera de A a B, luego:

$$v = \sqrt{2 g \overline{AB}}$$

pero

$$AB = OB - OA$$

y siendo

$$OB = R \cos \beta \quad \text{y} \quad OA = R \cos \alpha$$

se tiene que:

$$AB = R (\cos \beta - \cos \alpha)$$

y sustituyendo en el valor de v:

$$v = \sqrt{2 R g (\cos \beta - \cos \alpha)}$$

y llevando este valor a la (1):

$$F = 2 m g (\cos \beta - \cos \alpha)$$

luego llamando P a la tensión total se tiene:

$$P = N + F$$

de donde:

$$P = m\,g \cos \beta + 2\, m\, g\, (\cos \beta - \cos \alpha)$$

y por último:

$$P = m\,g\, (3 \cos \beta - 2 \cos \alpha) \ldots \quad (2)$$

En esta ecuación cuya única variable es cos β se tiene un mínimo para $\beta = \alpha$ y un máximo para $\beta = o$. En el valor mínimo de cos β valor que se repite en los puntos más altos a que llega el péndulo el valor de P es:

$$P = m\,g \cos \alpha$$

Si $\alpha = 60^o$ por ejemplo, el valor del máximo será:

$$P = m\,g\, (3 - 1) = 2\, m\, g$$

es decir, el doble del peso del péndulo.

Para hallar la curva que expresa la ecuación (2) nos valdremos del aparato que representa esquemáticamente la figura 8. Como se ve, una de las láminas del dinamómetro de Poncelet, sirve de punto de suspensión al péndulo, el que está ligado directamente a la otra lámina.

El movimiento del dinamómetro producido por

la tensión normal se amplifica por medio de unas palancas y luego se trasmite a una varilla que pasa por el interior de otra hueca que constituye el cuerpo del péndulo. La primera de las varillas

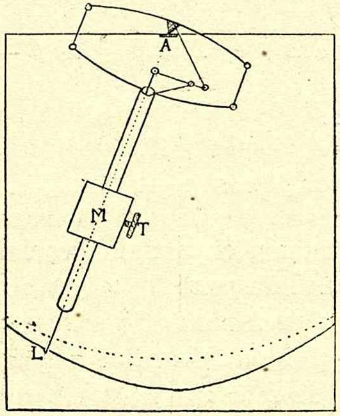


Fig. 8

lleva en su extremo un lápiz *L* que inscribe la trayectoria sobre un tablero vertical y paralelo al plano de oscilación del péndulo. Si se hace oscilar a este último haciendo por medio de un tope que el dinamómetro no funcione, la curva descripta por el lápiz será un arco de circunferencia de centro *A*, y si se le hace oscilar, pero haciendo funcionar el dinamómetro, la curva descripta se apartará tanto más de la primitiva en el sentido del radio, cuánto mayor sea la tensión total del péndulo. Luego, en cada caso, se tendrá:

$$R' - R = K\,m\,g\ (3\cos\beta - 2\cos\alpha)$$

siendo R' la distancia variable entre el punto de curva considerado y el punto de suspensión A, y K la constante del dinamómetro.

Como se ve, esa ecuación es independiente de la posición que ocupe M, y por lo tanto, la curva no variará aún cuando M se deslice a lo largo de la varilla.

Ejercicios referentes a los aparatos anteriores

1.° Siendo, en el aparato de la figura 2, el radio de la polea igual a 5 cms., el peso de cada pesa 20 grs., el de la pesa adicional 5 grs., la velocidad constante de la tira de papel 20 cms. por segundo y empezando el movimiento cuando el tope T pasa por la palanca P, averiguar cuál es la distancia entre el punto de partida y el punto consecutivo marcado en el papel.

La aceleración g' de la máquina es:

$$g' = g \frac{p}{2P + p} = 980 \frac{5}{45} = 108^{\text{cms.}}8$$

se trata ahora de averiguar el tiempo que tarda la polea en dar media vuelta, este tiempo es:

$$t = \sqrt{\frac{2e}{g'}}$$

siendo:

$$e = \pi R = 3.1416 \times 5 \text{ cms.} = 15 \text{ cms. } 7$$

luego:

$$t = \sqrt{\frac{31,4}{108,8}} = 0,^{s.}\ 53$$

y de aquí, como el movimiento de la tira de papel es uniforme, el espacio x buscado es:

$$x = 20 \times 0.53 = 10 \text{ cms. } 60$$

2.º Con los datos del problema anterior hallar la distancia del 4.º intervalo.

El tiempo que ha tardado en dar las cuatro primeras vueltas menos el empleado en recorrer las tres primeras nos dará el tiempo empleado en recorrer ese intervalo, luego:

$$t = \sqrt{\frac{4\,\pi\,R}{g'}} - \sqrt{\frac{3\,\pi\,R}{g'}}$$

o sea:

$$t = \sqrt{\frac{4 \times 15,7}{108,8}} - \sqrt{\frac{3 \times 15.7}{108.8}} = 0,10$$

luego el espacio x buscado es:

$$x = 20 \times 0,10 = 2 \text{ cms.}$$

3.° El problema 1, pero suponiendo que el tope T dista en la partida 90° de la palanca P. En este caso es lo mismo que si partiera de P, pero con velocidad inicial v_o luego la fórmula a aplicarse será:

$$e = v_o t + \frac{1}{2} g' t^2$$

siendo v_o la velocidad adquirida en el primer cuarto de revolución de la polea, o sea cuando las pesas descienden $\frac{\pi r}{2}$, luego

$$v_o = \sqrt{2 eg'} = \sqrt{\pi r \times 108{,}8} = 41^{cm.} 3$$

de aquí y de la fórmula 1, se tiene:

$$54{,}4 \, t^2 + 41.3 \, t - \pi r = 0$$

y como:

$$\pi r = 15{,}7$$

resulta:

$$t = \frac{-41.3 + \sqrt{41.3^2 + 4 \times 54{,}4 \times 15.7}}{2 \times 54{,}4} = 0{,}278$$

de donde:

$$x = 20 \times 0{,}278 = 5 \text{ cms. } 56$$

Podríamos haber resuelto este ejercicio por el

mismo método con que resolvimos el 2.°, y de este modo tendríamos:

$$t = \sqrt{\frac{3\,\pi r}{108.8}} - \sqrt{\frac{\pi r}{108.8}} = 0^s{\cdot}278$$

4.° Hallar la ecuación general de la curva impresa en el disco por medio del aparato de la figura 3.

Llamaremos Y a la distancia que media de un punto cualquiera de la curva al centro del disco, y x al ángulo que abre en el centro del disco dicho punto con el punto de origen del movimiento. Luego:

$$Y = Y_0 + \frac{1}{2}\, g'\, t^2$$

siendo Yo la distancia entre el punto de origen del movimiento y el centro del disco. Además:

$$g' = g\, \frac{p}{2\,P + p}$$

y:

$$t = \frac{x}{\omega}$$

siendo ω la velocidad angular constante del disco, luego la ecuación es:

$$Y = Y_0 + \frac{1}{2}\, g\, \frac{p}{2\,P + p}\, \frac{x^2}{\omega^2}$$

y si la aceleración se anulase para el valor de $x = x_1$ se tendrá:

$$Y = Y_0 + \frac{1}{2} g \frac{p}{2P + p} \frac{x_1^2}{\omega^2} + v\,t$$

siendo v la velocidad constante con que sigue el lápiz después de haberse anulado la aceleración, es decir:

$$v = \frac{x_1}{\omega} \sqrt{\frac{1}{2} g \frac{p}{2P + p} \times 2g'}$$

de donde:

$$v = \frac{x_1}{\omega} g \frac{p}{2P + p} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

y como:

$$t = \frac{x}{\omega}$$

resulta finalmente:

$$Y = Y_0 + \frac{1}{2} g \frac{p}{2P + p} \frac{x_1^2}{\omega^2} + \frac{x_1}{\omega^2} g \frac{p}{2P + p} x \sqrt{\frac{1}{2}}$$

que es la *ecuación* de un movimiento uniforme.

5.° Siendo en el aparato de la figura 3 el radio de la polea R=6 cms., ¿qué radio deberá dársele al cilindro para que el lápiz recorra los 10

cms. del radio del disco, mientras las pesas hacen un recorrido de 3 metros?

Se tiene:

$$\frac{3^{\text{mts.}}}{10^{\text{cms.}}} = \frac{6^{\text{cm.}}}{x}$$

luego

$$x = \frac{60^{\text{cms.}}}{300^{\text{cms.}}} = 0,^{\text{cms.}}2$$

6.° Teniendo los datos del problema anterior, y siendo la velocidad del disco de dos vueltas por segundo y el peso de cada pesa 25 grs., se pregunta: ¿Qué peso hay que adicionar para que el disco dé 3 vueltas mientras el lápiz recorre su radio?

Se ve, pues, que es necesario que los 3 metros del recorrido de la máquina sean salvados en (1,s5) luego se tiene:

$$3^{\text{mts.}} = \frac{1}{2} g' \, 1,^{s}5^{2}$$

de donde:

$$g' = \frac{6^{\text{mts.}}}{2,25}$$

y como, por otra parte:

$$g' = g \frac{p}{2P + p}$$

se tiene:

$$\frac{6^{mts.}}{2,^s25} = g \frac{x}{50 + x}$$

y de aquí:

$$x = 18, grs. 69$$

7.° En el aparato de la figura 6, prescindiendo del rozamiento y suponiendo que la velocidad del disco sea de dos vueltas por segundo, ¿qué inclinación hay que dar al tablero móvil, para que mientras el carro recorra el diámetro 20 cms., el disco dé $\frac{1}{2}$ vuelta? Se supone que no se ha puesto P'. Se tiene:

$$e = \frac{1}{2} g' t^2$$

donde $t = \frac{1}{4}$, luego:

$$20^{cms.} = \frac{1}{2} g' \frac{1}{16}$$

y de aquí:

$$g' = 640 \text{ cms.}$$

y como, por otra parte:

$$g' = g. \operatorname{sen} \alpha$$

resulta:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{g'}{g} = \frac{640}{980} = 0,65$$

lo que corresponde a un ángulo de 40° 32' 30''.

8.° Si en la figura 6 se hace *P*, peso del carro *A*, 400 grs. *P'* = 250 grs. α= 30°, y se agrega sobre *A* una pesa adicional de 200 grs.; colocando, además, la pieza *B* de tal modo que se suprima la pesa adicional cuando el lápiz pasa por el centro del disco después de haber recorrido el radio de éste igual a 10 cms.: 1.° Encontrar dónde se detendrá *A*. 2.° Suponiendo libre al sistema como para moverse de un lado a otro sin que se mueva la pieza *B*, encontrar el movimiento que adquirirá el sistema.

Aplicando la fórmula ya hallada:

$$g_1'' = g \frac{\operatorname{sen} \alpha (P + p) - P'}{P + P' + p}$$

resulta:

$$g'' = 57 \text{ cms. } 6$$

aceleración con que recorre los 10 cms. de radio del disco al descender por el plano, luego la velocidad del carro al pasar por el centro, es:

$$v_0 = \sqrt{2 R g_1''}$$

es decir:

$$v_o = 33{,}9$$

A partir del centro por ser $P' > P \operatorname{sen} \alpha$ el movimiento será retardado; luego:

$$e = v_o\ t - \frac{1}{2} g_1 t^2$$

donde el valor de g_1 es el que da la fórmula 3 de la página 21, es decir:

$$g_1 = g \frac{P' - P \operatorname{sen} \alpha}{P + P'}$$

y de aquí:

$$g_1 = 75,3$$

luego para conocer *e* falta solamente el valor de *t*, es decir, el tiempo al cabo del cual la velocidad se anula, y como se tiene:

$$v = v_o - g_1 t$$

para $v = o$ tenemos:

$$t = \frac{v_o}{g_1}$$

es decir:

$$t = 0,45$$

y llevando los valores encontrados de v_0 t y g_1 á la ecuación que expresa el espacio, se tiene:

$$e = 7 \text{ cms. } 6$$

2.ª PARTE. — Ya hemos visto que el carro recorre de la parte superior del disco hasta el centro del mismo con movimiento uniformemente acelerado; a partir del centro sigue bajando, pero con movimiento retardado debido a que al pasar por el centro se le ha suprimido la pesa adicional y llega, como hemos visto, a una distancia de 7 cms. 6, a partir del centro; una vez en ese punto comienza a subir con aceleración $g_1 = 75,3$, pero llega al centro y toma de la pieza *B* la pesa adicional que hoy había dejado al bajar, y en consecuencia sube aún, pero con movimiento retardado de aceleración $g_1'' = 57$ cms. 6, y suponiendo que no ha habido ninguna resistencia, subirá exactamente hasta los 10 cms., a contar del centro del disco, que es de donde había partido. Una vez aquí se repetirá el ciclo indefinidamente, a no existir la resistencia que hará detener el carro en el centro, que es la posición de equilibrio, apoyándose contra la pieza *B*. Como se ve, éste es un movimiento oscilatorio compuesto.

9.° Siendo en el aparato de la figura 8, $\alpha = 60°$ el peso del péndulo 1,500 grs., y la constante del aparato 2 cms., por kilo de tensión, calcular el valor $R' - R$ para $\beta = \alpha$, para $\beta = 0$ y para $\beta = 30°$

1.° $\beta = \alpha$. Aplicando la fórmula hallada en la página 26, que dice:

$$R'—R=K\ m\ g\ (3\ \cos\beta\ —2\cos\alpha)$$

resulta para $\beta = \alpha = 60.°$ que:

$$R'—R=K\ m\ g\ \cos 60°$$

o sea dando valores:

$$R'—R=2\text{ cms. } X\ O,^{k}725=1\text{ cm. }45$$

2.° $\beta=0$ Para este valor de β la fórmula se convierte:

$$R'—R=2\text{ cms.}\times 1,^{k.}500\times 2=6\text{ cms.}$$

3.° $\beta = 30°$. En este caso se tiene:

$$R' — R = 2\times 1,^{k.}500\ (3\ \frac{\sqrt{3}}{2} -- 1) =4\text{ cms. }8$$

Areómetro

Se suelen dividir éstos así: Areómetros de peso constante y volumen variable y de volumen constante y peso variable.

Sin embargo, el areómetro de Vandevyver, es de volumen variable y peso variable. He aquí la descripción que da Chwolson de este aparato: "Vandevyver construyó un areómetro que se hace flotar siempre en agua destilada, al paso que el líquido estudiado se coloca en el interior del aparato. De este modo puede servir este aparato para la determinación de la densidad de líquidos de los que se posea muy poca cantidad."

Describiré ahora tan sólo por curiosidad, y no por el interés práctico que pueda tener, un areómetro de peso y volumen constante.

Se coloca el líquido a estudiar en el recipiente de la figura 9, hasta que la superficie libre del líquido coincida en todos los costados con las rectas marcadas en el recipiente, para lo cual será necesario valerse de los tornillos T.

Una barra B, que se apoya en el borde del vaso, mantiene por uno de sus extremos, y por medio de un vástago v a la bola A sumergida dentro del líquido. La mayor o menor densidad de éste hace

levantar con más o menos fuerza la bola A y para restablecer el equilibrio, es decir, que la barra cremallera quede de nuevo horizontal, será necesario cambiar el apoyo de ésta hacia la derecha

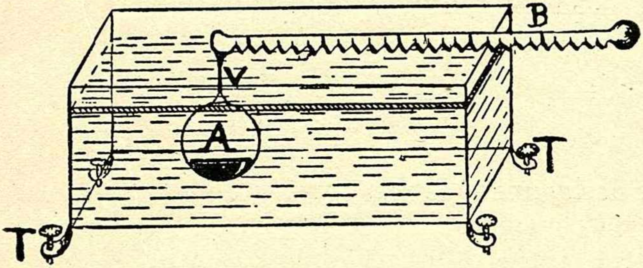


Fig. 9

o hacia la izquierda, según el caso. La horizontalidad de la barra se reconoce cuando el vástago se sumerge en el líquido hasta una línea de enrase marcada sobre él.

Si llamamos P el peso de la barra que queda fuera del vaso, y que lo consideraremos todo en el extremo de ésta, a una distancia a del punto de apoyo, y llamando P' al peso de todo lo que queda a la izquierda de ese punto y V al volumen de la parte sumergida en el líquido, se tiene evidentemente para la posición de equilibrio:

$$Pa = (P' - V d)\ (l - a)$$

siendo d la densidad del líquido y l el largo de la barra; de aquí resulta:

$$P' - V\,d = \frac{Pa}{l-a}$$

de donde finalmente:

$$d = \left(P' - \frac{Pa}{l-a}\right)\frac{1}{V}$$

es decir, que d es una función de a.

Vena líquida

VERDADERA CAUSA QUE ORIGINA LA CONTRACCIÓN DE LA VENA LÍQUIDA. — Se explica, por lo general, la contracción de la vena diciendo que las moléculas líquidas, al salir del vaso siguen caminos oblicuos

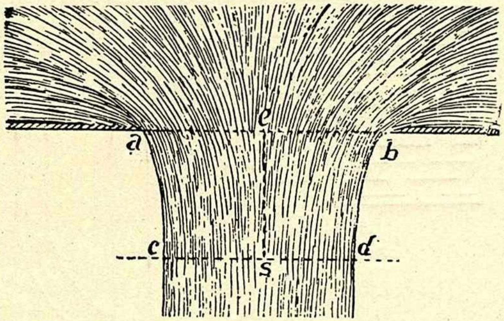


Fig. 10

a la superficie del orificio, como lo indica la experiencia, pues polvoreando el líquido con alguna substancia conveniente se pueden seguir con la vista las trayectorias curvas, "que originan la contracción" (Fig. 10).

Sin embargo, si tomamos un tubo y lo adaptamos al orificio de un recipiente como muestra la figura 11, a pesar de que las moléculas líquidas

siguen ahora trayectorias perpendiculares al orificio, la contracción de la vena se producirá lo mismo, y más aún, si el orificio de salida del tubo

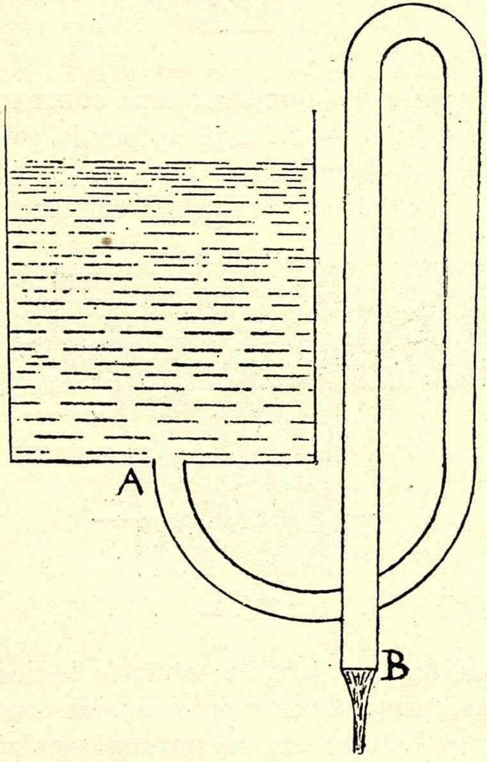


Fig. 11

es igual al orificio antiguo, y se ha colocado a la misma altura que aquél (soportando la misma carga) la contracción en los dos casos será idén-

tica a pesar de que la oblicuidad de las trayectorias recorridas por las moléculas al pasar por el orificio es en ambos casos distinta.

Esto sólo hace ver, por de pronto, que no es sólo la trayectoria de las moléculas líquidas antes de salir del orificio, lo que influye en la forma de la vena.

Por otra parte, volviendo a la fig. 10 y llamando s a la sección $a\,b$ de la vena, V la velocidad del líquido en esa parte y Q la cantidad de él que pasa por esa sección en la unidad de tiempo, se tiene evidentemente,

$$Q = S\,V$$

y como también en la unidad de tiempo pasa por otra sección cualquiera s' de velocidad V' la misma cantidad Q de líquido, tenemos que:

$$SV = S'V' = S''V'' \ldots\ldots = Q \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Es decir, que el producto de la sección por la velocidad es constante o, expresado en otra forma, las secciones de la vena están en razón inversa de sus velocidades.

De aquí resulta que, como el líquido cae con movimiento acelerado V va en aumento, y por consiguiente, s debe disminuir.

Ruptura de la vena. — Sabido es que ésta se compone de dos partes; una, la primera, perfectamente límpida y continua, y otra, la segunda,

compuesta de partes abultadas, vientres, y estrangulamientos, nodos. En esta segunda parte parece que no se cumpliera la ley del decrecimiento constante de la sección, dado el aumento de velocidad, pero ello se debe a la discontinuidad de la vena, lo que se podrá ver más fácilmente en el símil siguiente: La figura 12 representa un recipiente que contiene arena que se vierte por la parte inferior.

Las partículas de arena van tomando, a medida que van cayendo, mayor velocidad, pero, como a pesar de esto es necesariamente evidente que en el mismo tiempo debe pasar por las diversas secciones la misma cantidad de arena, las partículas de ésta deberán ir separándose a medida que se alejan del orificio.

Ahora bien; lo mismo pasa en la vena líquida: las partículas, cuando van adquiriendo mayor velocidad, tienden a separarse, pero debido a la atracción que existe entre ellas no lo pueden hacer, y es por esto que se produce en la vena como un *estiramiento,* que acarrea por causa una disminución de la sección.

Todo esto, hasta que la velocidad de las partículas que constituyen la vena no alcance cierto valor capaz de vencer su mutua atracción, valor éste que una vez alcanzado hace que las partículas líquidas se separen produciendo la ruptura de la vena. Llegado a este punto, como la vena no es continua, sino que sus partículas están separa-

das, no tiene aquélla por qué sujetarse a la ley del decrecimiento de la sección, pues se encon-

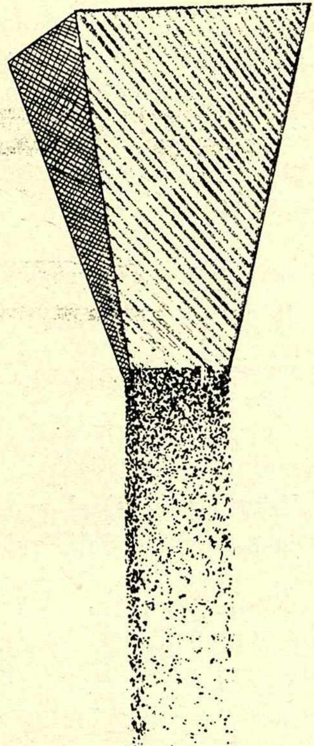


Fig. 12

traría la vena en el caso del chorro de arena.

Determinación analítica de la generatriz de

LA VENA, SIN TOMAR EN CUENTA LA PÉRDIDA DE CARGA.
De la ecuación (1) sacamos inmediatamente:

$$\frac{S}{S'} = \frac{V'}{V}$$

Además, supongamos que *S* sea la sección del orificio que tomaremos circular y de radio *R;* llamemos, por otra parte, *R'* el radio de la sección *S'*, y se tendrá:

$$\frac{R^2}{R'^2} = \frac{V'}{V}$$

además, si llamamos *h* a la altura del líquido

$$V = \sqrt{2 g h}$$

y siendo *h'* la distancia vertical que media entre la sección *S'* y la superficie del líquido, tenemos:

$$V' = \sqrt{2 g h'}$$

de donde:

$$\frac{R^2}{R'^2} = \frac{\sqrt{h'}}{\sqrt{h}}$$

o sea:

$$\frac{R^4}{R'^4} = \frac{h'}{h}$$

Referiremos la curva generatriz a un par de ejes rectangulares donde será eje de las ordenadas el eje de la vena, y eje de las abscisas la superficie libre del líquido, o mejor dicho, una recta de esta superficie que contenga al plano vertical que secciona la vena pasando por su eje,

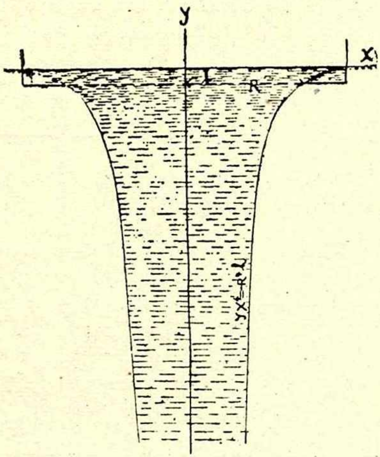


Fig. 13

y que contiene, además, la curva que se estudia (Fig. 13).

En este caso, $R'=x$ y $h'=Y$, luego teniendo en cuenta el signo:

$$Y = -\frac{R^4 h}{x^4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

que es la ecuación buscada; que representa una curva hiperbólica, cuyas asíntotas son la super-

ficie del líquido, y el eje de la vena, y que se acerca mucho más rápidamente al eje de las abscisas que al de las ordenadas.

DETERMINACIÓN ANALÍTICA DE LA GENERATRIZ DE LA VENA DE UN LÍQUIDO DE DENSIDAD d, CUANDO SE VIERTE EN EL SENO DE OTRO DE DENSIDAD d'. — Hemos visto ya que la sección de la vena, mientras es continua, depende únicamente de la velocidad

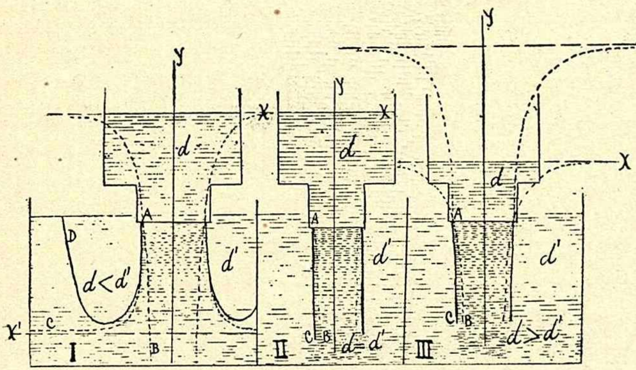


Fig. 14

de sus partículas, lo que significa que si obtuviéramos líquido que saliera de su orificio, y siguiera con movimiento uniforme, la vena sería perfectamente cilíndrica, lo que puede observarse haciendo que el orificio por donde sale un líquido, esté sumergido en el seno de otro de su misma densidad, por ejemplo, aceite de oliva, y una mezcla de agua y alcohol. Si esta mezcla fuera de una densidad mayor que la del aceite, la vena se

ensancharía, y si fuera menor se contraería. Estos tres casos han sido representados en la figura 14, donde podrá observarse que la superficie libre del líquido, ya no es la asíntota de la curva, sino que ésta, está en el primer caso por debajo de la superficie del líquido, y en el tercero, sobre aquella superficie. En cualquier caso, dada la ecuación (1) dicha asíntota deberá encontrarse donde la velocidad de la vena se anula, y por lo tanto, llamando Y_1 a la ordenada de dicha asíntota con relación a la superficie del líquido, h a la altura de éste, v_0 la velocidad de él al salir del orificio, y g' la aceleración del líquido de densidad d en el seno del de densidad d' se tiene:

$$Y_1 = -h - v_0 t + \frac{1}{2} g' t^2$$

siendo t el tiempo al cabo del cual la velocidad se anula. Además:

$$v_0 = \sqrt{2hg}$$

y como, por otra parte:

$$\frac{g}{g'} = \frac{d}{d' - d}$$

resulta:

$$g' = g \frac{d' - d}{d}$$

y como, además, la velocidad en el seno del líquido está expresada por la ecuación:

$$v = - v_o + g' t$$

se tiene haciendo $v=o$ que:

$$t = \frac{v_o}{g'}$$

es decir:

$$t = \frac{\sqrt{2\,h\,g}}{g\,\frac{d'-d}{d}} = \frac{d\sqrt{2\,h\,g}}{g\,(d'-d)}$$

y llevando el valor de v_o, t y g' a la ecuación que expresa Y_1 tenemos:

$$Y_1 = - h - \frac{2\,h\,g}{g\,\frac{d'-d}{d}} + \frac{dh}{d' - d}$$

de donde:

$$Y_1 = - h - \frac{h\,d}{d'-d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

En esta ecuación, si $d' > d$ que es el caso *I* de la figura 14, Y_1 es negativo, es decir, que x' se encuentra por debajo de x Si $d=d'$ como en la

2.ª parte de dicha figura resulta Y_1 igual á infinito, y por último, si $d > d'$ Y_1 será siempre positivo, pues la ecuación 3 puede escribirse:

$$Y_1 = -h\left(1 + \frac{d}{d' - d}\right)$$

y siendo $d > d'$ el quebrado $\frac{d}{d' - d}$ será negativo, y mayor que 1, luego lo encerrado en el paréntesis es negativo, lo que multiplicado por $-h$. dará positivo, que es el caso III de la misma figura.

Habiendo encontrado el valor de Y_1 y siendo el valor que expresa la ecuación (2) la magnitud de la ordenada referida al eje x' para tener la ecuación siempre con relación a los antiguos ejes, x e Y no tendremos más que hacer lo siguiente:

$$Y = -\frac{R^4 h}{x^4} + Y_1$$

de donde:

$$Y = -\frac{R^4 h}{x^4} - h\left(1 + \frac{d}{d' - d}\right)$$

y de aquí:

$$Y = h\left(-\frac{R^4}{x^4} - \frac{d}{d' - d} - 1\right) \qquad (4)$$

de la cual es un caso particular para el valor $d'=o$ el valor que hallamos en la ecuación (2).

CAUSAS QUE ORIGINAN LA PÉRDIDA DE CARGA. — Dijimos en otro lugar que en la unidad de tiempo la cantidad de líquido que sale por un orificio de pared delgada, era:

$$Q=SV$$

sin embargo, Q no es exactamente igual a SV, siendo V la velocidad teórica asignada por el teorema de Torricelli, sino una cantidad mucho menor expresada por la fórmula:

$$Q=\varepsilon SV$$

donde ε es un coeficiente menor que la unidad. Se explica en los textos, por lo general, este fenómeno, y cito, como caso, a Chwolson, dada la autoridad indiscutible de este autor, como efecto de la contracción de la vena, lo que no puede admitirse, pues si V es la velocidad real media de la sección considerada; exactamente el producto de ésta por aquélla dará la cantidad de líquido Q que sale en la unidad de tiempo por el orificio. No siendo así, es lógico suponer que ε afecta a la velocidad de tal modo, que εV no es más que el promedio de las velocidades elementales que tienen las moléculas al pasar por la sección de la vena que se considera. Esto signi-

fica que en una misma sección las partículas marchan con muy distintas velocidades, las del centro del orificio obedecen al teorema de Torricelli, y su velocidad elemental es $v = \sqrt{2hg}$, pero las que vienen en direcciones oblicuas resbalando las unas sobre las otras, pierden de su velocidad teórica debido a la viscosidad del líquido y, además, la tensión superficial de éste, obra en el orificio como una fuerza que se opone al movimiento de las moléculas, y cuya intensidad es fácil ver que es $2 \pi R \alpha$ siendo R el radio del orificio y α la tensión superficial del líquido.

Esto queda bien sentado considerando que el gasto aumenta cuando se disminuye la tensión superficial en el orificio, pues de este modo no es tanto lo que se le resta a la velocidad de las moléculas de la superficie de la vena.

Respecto a esto dice el autor que antes citaba: "En 1865, Isarn demostró que la contracción de la vena disminuía mucho y, *por consiguiente*, que el gasto aumentaba cuando se vaporiza éter en las cercanías del orificio, y ya hemos visto que los vapores de éter disminuyen la tensión superficial".

La explicación de este fenómeno no es precisamente la que precede, pues la forma de la vena depende únicamente de la velocidad, y más aún el gasto, y lo que pasa es que al evaporar éter la velocidad aumenta, porque siendo α menor la fuerza $2 \pi R \alpha$ que se opone al movimiento

de las moléculas también disminuye, y, por consiguiente, la velocidad aumenta, pues ya el líquido no se adhiere tanto a las paredes del orificio.

Este aumento de velocidad es *causa* de que aumente el gasto Q, y es *causa* también de que la contracción de la vena sea menor, como veremos en el parágrafo siguiente.

DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA CURVA, GENERATRIZ DE LA VENA, TOMANDO EN CUENTA LA PÉRDIDA DE CARGA. — Como acabamos de ver, el coeficiente ε afecta a la velocidad, haciendo como si el líquido en lugar de salir con una velocidad correspondiente a la carga h saliera con una velocidad menor correspondiente a otra carga h' también menor. Luego el valor que debe intervenir en la ecuación de la curva generatriz de la vena no es h, sino ese valor h' que ahora calcularemos. Se tiene por de pronto siendo V la velocidad práctica:

$$V = \sqrt{2\,h'g}$$

siendo h' el valor que vamos a hallar, y que correspondería a la carga dada la velocidad con que sale el líquido. Por otra parte, dicha velocidad práctica vale, según vimos, siendo h la verdadera carga del líquido:

$$V = \varepsilon\,\sqrt{2\,h\,g}$$

de donde:

$$\sqrt{2\,h'\,g} = \varepsilon\,\sqrt{2\,h\,g}$$

y de aquí:

$$h' = \varepsilon^2\,h \ldots\ldots (5)$$

Resulta de esto que en lugar de tomar el valor *h* en la ecuación que expresa la curva generatriz de la vena, debemos tomar el valor *h'* y entonces (fig. 15), la ecuación referida al eje de las abscisas de ordenada con relación a la superficie del líquido—(*h*—*h'*) es:

$$Y_1 = \varepsilon^2\,h\left(-\frac{R^4}{x^4} - \frac{d}{d' - d} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

llevando el valor *h'* en lugar del *h* a la ecuación (4). Si a la ecuación (6) la quisiéramos referida a la superficie del líquido, tendríamos:

$$Y = Y_1 - (h - h')$$

y como

$$h - h' = h - \varepsilon^2\,h = h\,(1 - \varepsilon^2)$$

resulta:

$$Y = Y_1 - h\,(1 - \varepsilon^2)$$

de donde:

$$Y = \varepsilon^2 h \left(-\frac{R^4}{x^4} - \frac{d}{d' - d} - 1 \right) - h\,(1 - \varepsilon^2)$$

y de aquí:

$$Y = h \left[\varepsilon^2 \left(-\frac{R^4}{x^4} - \frac{d}{d' - d} \right) - 1 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

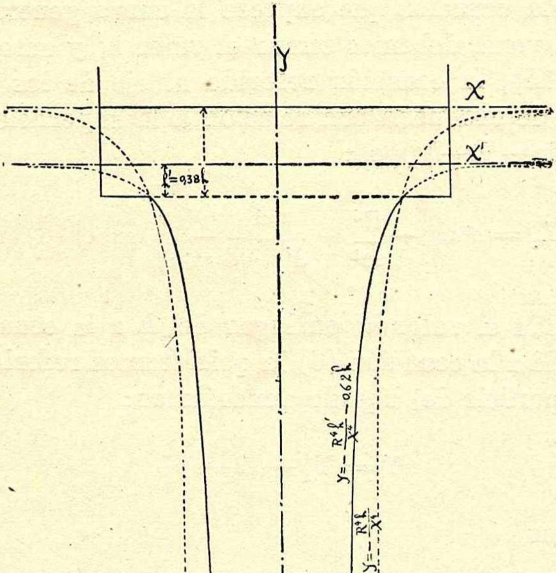


Fig. 15

que es la ecuación general buscada y donde haciendo $d'=O$ para el caso en que el líquido se vierta al exterior se tiene:

$$Y = h\left[\varepsilon^2\left(-\frac{R^4}{x^4}+1\right)-1\right] \quad . \; . \; . \; (8)$$

y dándole a ε el valor encontrado por Bayer

$$\varepsilon = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = 0,617$$

resulta aproximadamente:

$$\varepsilon^2 = 0,38$$

por lo que el valor de Y será en el caso de la ecuación (7):

$$Y = h\left[0,38\left(-\frac{R^4}{x^4}-\frac{d}{d'-d}\right)-1\right] \quad . \; . \; . \; (9)$$

y siendo $d'=o$:

$$Y = -\frac{R^4 h'}{x^4} - (h - 0,38\,h)$$

es decir:

$$Y = -\frac{0,38\,R^4 h}{x^4} - 0,62\,h \quad . \; . \; . \; (10)$$

Estas ecuaciones serán rigurosamente exactas, siempre que lo sea el valor de ε

Con lo que precede y observando la figura 15, donde la línea punteada representa la ecuación (2), y la llena la (10), se deduce fácilmente la menor contracción de la vena para un valor mayor de ε que equivale a un aumento de carga, y que es lo que decíamos al finalizar el parágrafo anterior.

Velocidad de la luz

Dentro de la especulación científica va tomando incremento la importancia de esa determinación, pues por una parte, la teoría electromagnética de la luz de Maxwel, exige la comprobación de la igualdad entre la velocidad de la luz y la relación que existe entre el culombio electroestático y el culombio electromagnético; y, por otra, la distinta velocidad que debería tener ésta, en un sentido u otro del movimiento de la tierra dada la teoría actual de la luz por las vibraciones transversales del éter, exigen un gran perfeccionamiento de los métodos que arrojen en las medidas el más pequeño error posible.

Con los métodos de Römer, Bradley, Fizeau y Foucault, se han efectuado ya numerosas experiencias que arrojan para velocidad de la luz un valor próximo a 300,000 $\frac{\text{Kmts.}}{\text{seg.}}$

En 1902 propuso Michelson un nuevo método que es como una combinación del método de la rueda dentada con el del espejo giratorio.

Utilizando la conocida propiedad del selenio, que en condiciones convenientes adquiere una con-

ductividad proporcional a la intensidad de la luz que recibe, pude deducir un método para la medida de la velocidad de la energía luminosa.

—Sean dos cronómetros *C* y *C'* (fig. 16) que marchan acordes, y que están situados en dos es-

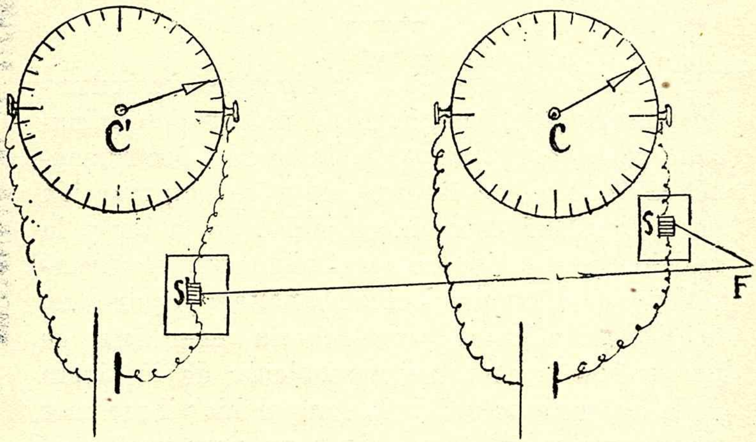


Fig. 16

taciones distintas. Supongamos que cada uno de ellos forme parte de un circuito eléctrico, de tal modo que cuando pasa la corriente el cronómetro se para por medio de un mecanismo cualquiera. En cada uno de los circuitos hay interpuesto un trozo de selenio *S* y *S'*, que están dentro de su respectiva cámara oscura que tiene un pequeño orificio como para dejar pasar un haz luminoso. No estando los selenios iluminados el circuito está abierto y los cronómetros marchan al

unísono. Si suponemos ahora que desde el foco *F* enviamos dos haces luminosos a *S* y *S'*, los circuitos se cerrarán y los cronómetros quedarán entonces detenidos; ahora bien, como la luz ha tardado cierto tiempo en ir de *S* a *S'*, el cronómetro *C'* se detendrá después que el *C* y la diferencia entre ambos cronómetros nos dará el tiempo transcurrido mientras la luz salva la distancia que existe entre las dos estaciones.

Ahora bien; sólo pensar que para obtener una diferencia de $\frac{1}{100}$ de segundo se precisaría operar con dos estaciones separadas por 3,000 kilómetros, hace ver que el aparato así, sería irrealizable.

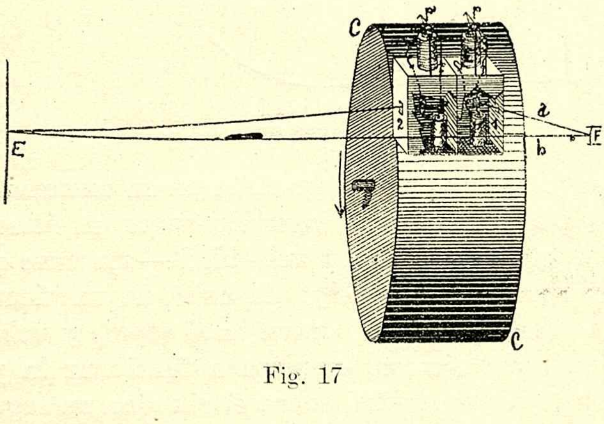


Fig. 17

—Vamos, pues, a la figura 17. Del haz de rayos luminosos que parte de *F*, consideremos a la porción *a* y a la *b*: el rayo *a* va a incidir en un trozo

de selenio que está dentro de la cámara oscura 1, y que forma parte del circuito donde está la pila *P* y el electroimán *E*. El rayo *b* llega al espejo *E* distante de *F*, donde se refleja para incidir sobre el selenio de la cámara 2 en todo *idéntica* a la 1.

Cuando el rayo *a* incide sobre el primer selenio lo vuelve conductor y cierra el circuito; entonces

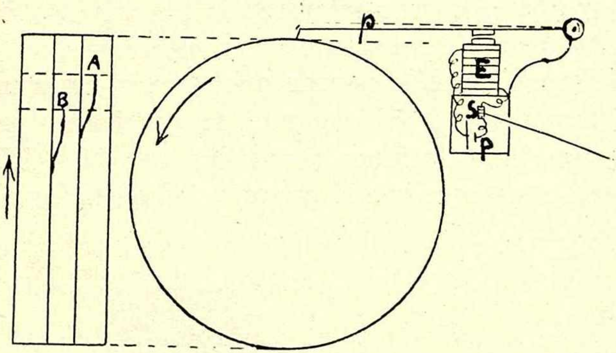


Fig. 18

la palanca *p*, que está provista en su extremo de un lápiz, comienza a inscribir sobre el cilindro *CC* — que gira con gran velocidad — un trazo que empieza en *A* (fig. 18). Al cabo de un tiempo igual al que tarda la luz en ir al espejo y volver sobre la 2.ª cámara, empieza a funcionar la palanca *p'* que escribirá sobre el cilindro un segundo trazo, pero que, como en ese tiempo que tardó la luz en ir al espejo y volver, el cilindro ha rotado algo, el 2.° trazo, comenzará un poco más abajo que el *A*, en *B*, por ejemplo.

Veamos ahora cómo calculamos la velocidad de la luz en función de la magnitud AB, de la velocidad y circunferencia del cilindro y de la distancia entre las dos estaciones.

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{espacio} = S}{\text{tiempo} = T} \quad . \ . \ . \ (1)$$

El espacio es el duplo de la distancia entre F y el espejo o sea:

$$S = 2\,d$$

Por otra parte, el tiempo T que tarda la luz en recorrer ese espacio es igual al que demora el cilindro en recorrer de A a B, o sea el arco a, de donde:

$$T = \frac{at}{2\,\pi\,r}$$

siendo t el tiempo que tarda el cilindro en dar una vuelta, y r su radio.

Reemplazando los valores encontrados del espacio y del tiempo en la ecuación (1) resulta:

$$V = \frac{2d}{\dfrac{at}{2\,\pi\,r}}$$

o sea:

$$V = \frac{4 \pi r d}{at} \quad . \ . \ . \quad (2)$$

donde tenemos a *V* en función de magnitudes conocidas.

Algunos detalles del aparato anterior

Hemos supuesto en la medición de *a*, que las dos cámaras que contenían los selenios eran igualmente sensibles, es decir, que si la palanca de la primer cámara demoraba un segundo en bajar después de que su selenio fué impresionado, también demoraría en accionar, un segundo la palanca de la segunda cámara, y de este modo sucedería a los efectos de la medición de *a*, como si las palancas hubieran accionado instantáneamente a la impresión de la luz, sobre los selenios respectivos de ambas cámaras, en una palabra, sucedería como si los selenios no tuviesen inercia alguna.

Pero esta identidad absoluta en la sensibilidad de ambas cámaras sería muy difícil de realizar en la práctica, y entonces, al hacer la experiencia puede procederse de dos modos distintos:

Primer método.—Se hace girar el cilindro como si se fuera a efectuar ya la experiencia, y se hace llegar simultáneamente a ambas cámaras un rayo

luminoso. Si éstas fueran igualmente sensibles, es evidente que entre los trazos marcados no habría ninguna diferencia, y si por el contrario, la cámara 1 es más inerte que la 2, el trazo marcado por ésta habría comenzado primero y la diferencia entre ambos trazos nos daría la diferencia de sensibilidad entre ambas cámaras.

Si después, al efectuar la experiencia, mantenemos constante la velocidad del cilindro, para tener la medida exacta de *a* no tendremos más que agregar al trazo marcado por la cámara 1, que es la más inerte, la diferencia medida al principio. Esto suponiendo que la velocidad del cilindro cuando efectuamos la medida de la sensibilidad, y cuando hicimos la experiencia definitiva era la misma; si no es así, tendremos que reducir la magnitud que medía la diferencia de sensibilidad con la velocidad primitiva a la velocidad actual, lo que hacemos teniendo en cuenta que:

$$\frac{m}{m'} = \frac{v}{v'}$$

siendo m la magnitud que mide la diferencia de sensibilidad con la velocidad v del cilindro, y m' la que buscamos cuando la velocidad es v'. Así, por ejemplo, supongamos que dando el cilindro 200 vueltas por segundo m sea igual a 4 cms., y si al hacer la experiencia le damos al cilindro 600 vueltas por segundo tendremos:

$$m' = \frac{4 \times 600}{200} = 12 \text{ centímetros}$$

que es lo que habrá que agregarse entonces al trazo de la cámara 1.

Segundo método.—Se efectúa un primer experimento de tal modo que el rayo *a* impresione al selenio de la cámara 1, y el *b* el selenio de la 2. Luego se invierten las cámaras y se efectúa de nuevo el experimento de tal modo que el rayo *a* incida ahora en el selenio de la cámara 2, y el *b* en el de la 1. Después de esto se halla la media aritmética de los valores arrojados por ambas experiencias, y el valor obtenido será el que debemos aplicar en la fórmula (2) como valor exacto de *a*.

Se habrá notado en lo que precede, que debiendo llevar el cilindro una velocidad tan grande, el principio de la línea en él marcada (que es lo que nos interesa), se confundiría con el fin, sin hacerse posible ninguna medida.

Veamos cómo se evita eso: Consideremos las figuras 18 y 19, donde *p* y *p'* representa en la 19 la parte terminal de las palancas inscriptoras en donde se observará una articulación que permite, una vez que el lápiz se ha apoyado en el cilindro, que aquél, el lápiz, se desplace en el sentido de una generatriz.

Cálculo del error. — Veamos ahora con este

método cuál puede ser la magnitud del error cometido.

Supongamos para ello que en la medida de *a*

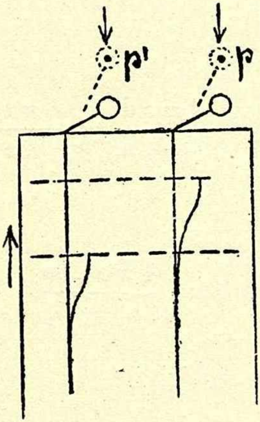


Fig. 19

tomamos como error probable la magnitud *m*, y entonces tendremos, aplicando la ecuación (2):

$$V = \frac{4 \pi r d}{a t}$$

y

$$V' = \frac{4 \pi r d}{t (a - m)}$$

siendo *V* la velocidad que tomamos y *V'* la real

donde se ha supuesto a m negativo, y, por consiguiente, el error será:

$$e = V' - V$$

o sea:

$$e = \frac{4 \pi r d}{t (a - m)} - \frac{4 \pi r d}{a t}$$

de donde:

$$e = \frac{4 \pi r d m}{t a (a - m)}$$

o bien, siendo m positivo:

$$e = V - V'$$

y de aquí:

$$e = \frac{4 \pi r d m}{t a (a + m)}$$

Luego, la fórmula deberá expresarse:

$$e = \frac{4 \pi r d m}{t a (a \pm m)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Como se ve, en esta fórmula se ha supuesto que la única magnitud a medir supeditada a error es a, suponiéndose, por consiguiente, que t, d, etc.,

pueden medirse exactamente. Como este método es gráfico, se comprende que se eliminan con él los errores debidos al observador, que es el defecto de otros métodos.

Volvamos ahora a lo que decíamos al principio respecto al problema de la velocidad de la luz y el movimiento del éter, que, como demostró Maxwell, si el éter se mueve en el sentido del movimiento de la tierra la velocidad de la luz deberá ser menor en este sentido que en el contrario. Esto último no ha podido probarse aún, bien sea debido a la imperfección de los métodos, bien a que el éter está en reposo a pesar del movimiento de la tierra.

Por otra parte, se amplifica la importancia de despejar esta incógnita por cuanto Oppolzer y Biske probaron que el movimiento del éter acarrearía un movimiento de las estrellas en el sentido de la ascensión recta.

La solución de todo esto podría venir de otra parte, por medio de una teoría que dejara de lado a ese éter de propiedades tan contradictorias, y que crea tantas dificultades. La teoría podría ser más o menos ésta: El rayo luminoso o eléctrico, en general energético, estaría constituído de partículas materiales como en la teoría de la emisión, pero que en lugar de seguir el camino recto de la dirección del rayo como en esa teoría vibraran transversalmente a su propia dirección. En una palabra, en lugar de ser el

éter el que vibra sería el mismo rayo, o mejor las partículas materiales que lo constituyen.

Con esta teoría se explica exactamente lo mismo y del mismo modo que en la de las ondulaciones del éter todos los fenómenos ópticos que aquélla estudia, y, además, no nos hace ver como contradictorios ciertos fenómenos observados en el tubo de Crookes, con la teoría de las vibraciones transversales del éter.

Ejercicios referentes al aparato anterior

1.° ¿Cuál es la velocidad de la luz arrojada por la siguiente experiencia?: circunferencia del cilindro, 6 metros; velocidad de éste, 500 vueltas por segundo; distancia entre las dos estaciones, 2,000 metros, y la separación entre los dos trazos de 0mt.04.

Aplicando la fórmula (2) resulta:

$$V = \frac{6 \times 4000}{\frac{1}{500} \times 0.04} = 300000 \frac{\text{k}^{\text{ms.}}}{\text{seg.}}$$

2.° Suponiendo que se efectúe en el experimento anterior la medición de a con un micrómetro ocular, donde se sospecha en esta medida un error en más o en menos de 1μ calcular el error probable. Aplicando la fórmula (3) resulta:

$$e = \frac{6 \times 4000 \times \overset{mt.}{0}\ 000001}{\frac{1}{500} \times \overset{mt.}{0}\ 04 \times 0,039999} = 7,5\ \frac{kms.}{seg.}$$

y de aquí la velocidad sería:

$$V = 300000 \pm 7,5\ \frac{kms.}{seg.}$$

Lo que sería una aproximación muy aceptable.

Fotometría

Siendo la iluminación producida por un foco proporcional a la intensidad de éste, midiendo la primera puede deducirse de ello la segunda. Esta, que es una ley de la intensidad de la iluminación, es el fundamento de la fotometría. Además, esta iluminación es inversamente proporcional del cuadrado de la distancia que separa el foco de la superficie considerada, y proporcional al coseno del ángulo que forman los rayos incidentes con la normal a la superficie en el punto de ella considerado. Se han ideado muchos fotómetros, que se distinguen, según sea el fundamento de ellos; los hay basados en la ley de las distancias como los de Rumford, Bunsen, y Wheastone, otros basados en la mayor o menor cantidad de luz que deja pasar la mayor o menor amplitud de un diafragma, como el de Cornu, otros, como el de centelleo de Symance y Abady, y los espectrofotómetros, destinados a comparar la intensidad de focos de distinto color que juntos con el de Symance y Abady, por su modo de operar, pueden colocarse dentro de los del primer grupo.

En estos fotómetros, teniendo en cuenta por

una parte que la retina, con todos sus errores de apreciación, es el órgano esencial de esos aparatos, y tomando en cuenta, por otra, que al ser distinta la distancia de los dos focos a la parte sensible del fotómetro (la varilla en el de Rumford, la mancha en el de Bunsen, la perla en el de Wheastone, etc.), el recorrido que tienen que atravesar de atmósfera es distinto para cada foco, lo que hace que no sea exactamente aplicable el enunciado de la ley de las distancias.

Así, si el foco *F* situado a un metro de la mancha en el fotómetro de Bunsen, da sobre ésta igual iluminación que el foco *F'*, situado a dos metros, no se puede decir que *F'* es cuatro veces más intenso que *F*, pues mientras que la luz que parte de *F* recorre un metro de aire para llegar a la placa, la que parte de *F'* recorre el doble, y hay que agregar a lo que nos dice la ley esta pequeñísima diferencia que ha absorbido el aire.

Esta segunda parte, causa de error, se evita en el fotómetro de Bunsen mediante la pequeña modificación que indica la figura 20. El foco unidad *F* se coloca siempre a la misma distancia de la mancha, y *F'* a medirse se pone sobre un brazo *b* susceptible de girar alrededor de *O*. La distancia *O F* es de este modo siempre igual a *O F'*.

Cuando dándole al brazo *b* cierta inclinación α respecto a la normal al tablero, haya desaparecido la mancha, quiere decir que ésta está igual-

mente iluminada por ambas partes, y, por lo tanto, se tiene, suponiendo $OF=OF'$:

$$F=F' \cos \alpha$$

de donde:

$$F' = \frac{F}{\cos \alpha}$$

y si $F=1$:

$$F' = \frac{1}{\cos \alpha}$$

De este modo se ve que únicamente serviría el aparato para la medición de focos cuya intensi-

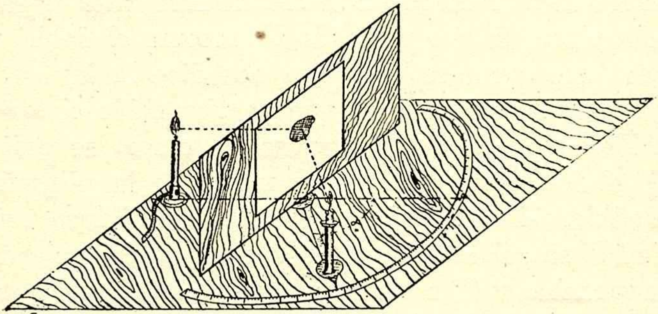


Fig. 20

dad fuera mayor a la que se tomara como unidad; pero para el caso contrario no hay más que poner el foco unidad sobre el brazo b y el foco a me-

dirse donde hoy estaba *F*, y de ese modo tendremos:

$$F' = F \cos \alpha$$

y siendo $F=1$:

$$F' = \cos \alpha \cdot$$

Como se ve, en este aparato subsiste aún el error debido al observador, que es el destinado a apreciar el momento exacto de la desaparición de la mancha de aceite, lo cual, conjuntamente con la otra causa de error, se evita en el aparato que sigue.

Fotómetro de selenio. — La figura 21 representa este aparato, que, como se ve en dicha figura, consiste en una batería de pilas, en el circuito de las cuales hay una caja de resistencia, un trozo de selenio y un amperímetro. Sabido es que la conductividad del selenio es proporcional a su iluminación (estando aquél en determinadas condiciones), luego se pone el foco a estudiar sobre el platillo *S* que puede variar en altura mediante su soporte cremallera y el tornillo *T* con el objeto de que el foco *L* quede frente al espejo *E* que concentra los rayos sobre el trozo de selenio.

El amperímetro acusa en estas condiciones las variaciones de la intensidad de la corriente producida por la variación de la iluminación del se-

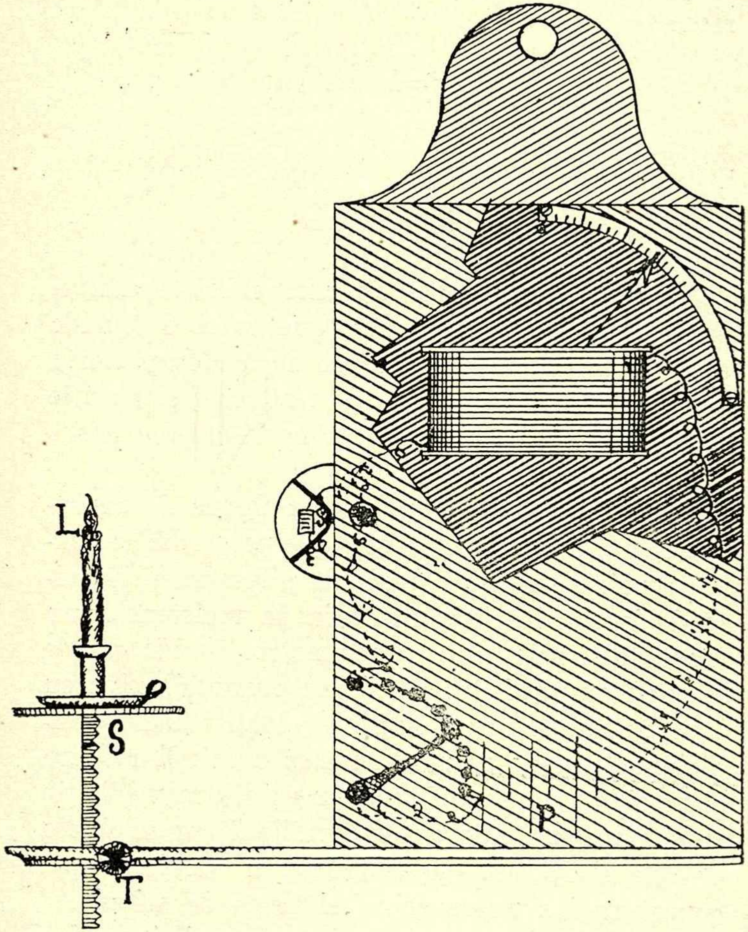


Fig. 21

lenio, y de este modo puede graduarse el cuadrante que recorre la aguja del amperímetro en unidades de intensidad luminosa como ser la bujía decimal, el Carcel, el Candle, el Kerzen u otras.

Claro está que la intensidad de la corriente que debe usarse en las diversas experiencias debe ser la misma, y para ello nos valemos de la llave *A* que comunica, prescindiendo del selenio, a las pilas con el amperímetro, y de este modo varia-

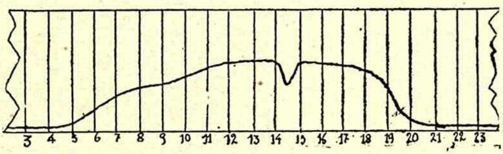


Fig. 22

mos la resistencia del circuito por medio de la manija *M* hasta que el amperímetro marque determinada intensidad que debe ser siempre la misma.

Además, adaptando a la aguja del amperímetro un inscriptor Richard, puede el aparato servir de auxiliar en un observatorio, donde daría la luminosidad en todo momento, y, además, la duración del crepúsculo matutino y vespertino. La figura 22 muestra una gráfica de esta especie donde se puede observar, por ejemplo, que a la hora 14 $\frac{1}{2}$ una nube proyectó sombra sobre el fo-

tómetro. Se observa, además, suponiendo que se ha puesto el sol a las 18, que la duración del crepúsculo vespertino ha sido de 3 horas, es decir, hasta las 21, momento en que la gráfica comienza a ser paralela al eje de las abscisas.

Espejos esféricos

Resulta interesante la siguiente observación: Sea (figura 23) el punto P que envía rayos luminosos al espejo esférico de centro C; conside-

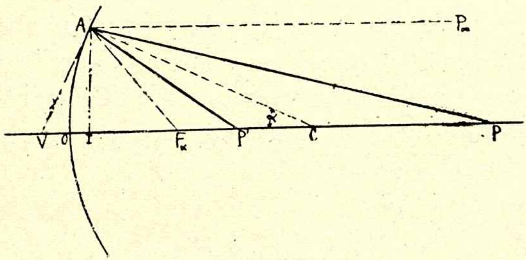


Fig. 23

remos de todos los rayos que parten de P al PA que se refleja, según AP'. La recta AC y su normal AV son las bisectrices del ángulo completo PAP', y de aquí sabemos por Geometría Proyectiva, que el haz de rayos de centro A es armónico, y será armónica toda puntual que resulte de seccionar este haz de rayos, luego lo será la $PP'CV$, de donde tenemos:

$$(PP'CV) = -1$$

es decir:

$$\frac{PC}{P'C} \;/.\; \frac{PV}{P'V} = -1$$

y como, por otra parte, *P'C*=—*CP'* se tendrá cambiando de signo:

$$\frac{PC}{CP'} = \frac{PV}{P'V} \quad . \; . \; . \; . \; (1)$$

y como para los espejos de pequeña abertura puede suponerse que *V* se confunde con *O*, se tiene, reemplazando a *PC* por *p*—2*f* a *CP'* por 2*f*—*p'* y siendo *PV* y *P'V* iguales a *p* y *p'*, respectivamente, se tiene:

$$\frac{p - 2f}{2f - p'} = \frac{p}{p'}$$

de donde:

$$p' = \frac{pf}{p - f}$$

que es la fórmula aproximada de los espejos esféricos cóncavos.

En la fórmula que precede se ha hecho *CO*=2*f*, pero exactamente el punto *F* no se encuentra en la mitad del segmento *CO* sino en el centro del

segmento CV, pues, como se ve en la figura, el punto F es el conjugado armónico de P^{∞} con respecto a C y V.

De la ecuación (1) podemos también sacar la relación exacta que une los puntos P y P' en función del ángulo que abre la normal al espejo en el punto de incidencia considerado y la recta que une el punto P al centro del espejo, que en el caso de la figura es el eje principal.

Veamos ahora cuál es el valor de los términos que figuran en la ecuación (1). Se tiene:

$$PC = p - R$$

siendo $p = PO$. Llamando, por otra parte, p'_a a $P'O$, se tendrá:

$$P'C = R - p'_a$$

Además:

$$PV = p + OV$$

y

$$P'V = p'_a + OV$$

y como trazando desde el punto A la perpendicular a la recta CO, se tiene que:

$$OV = VI - OI$$

siendo el punto I la intersección de la perpendicular con la recta CO. Por otra parte, el triángulo $V\,I\,A$ nos da:

$$VI = AI \operatorname{tg} \alpha$$

por ser el ángulo VAI igual al $ACO = \alpha$. Además, en el triángulo AIC tenemos:

$$AI = AC \operatorname{sen} \alpha$$

y como $AC = R$, tenemos:

$$AI = R \operatorname{sen} \alpha$$

y sustituyendo este valor en el de VI resulta:

$$VI = R \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha$$

Por otra parte:

$$OI = R - IC$$

y siendo:

$$IC = R \cos \alpha$$

se tiene:

$$OI = R - R \cos \alpha$$

o sea:

$$OI = R\ (1 - \cos\alpha)$$

y de aquí:

$$OV = R \text{ sen } \alpha \operatorname{tg} \alpha - R\ (1 - \cos\alpha)$$

de donde:

$$OV = R\ (\text{sen } \alpha \operatorname{tg} \alpha - 1 + \cos\alpha)$$

y como:

$$\text{sen } \alpha \operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{sen}^2\, \alpha}{\cos\alpha}$$

resulta:

$$OV = R\left(\frac{\text{sen}^2\, \alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha} - 1\right)$$

y siendo:

$$\text{sen}^2\, \alpha + \cos^2\alpha = 1$$

resulta:

$$OV = R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$$

Ahora, llevando a la (1) los valores de *PC* y *P'C* y los de *PV* y *P'V*, tendremos:

$$\frac{p - R}{R - p'_\alpha} = \frac{p + OV}{p'_\alpha + OV}$$

y de aquí:

$$pp'_\alpha + pOV - p'_\alpha R - R.OV = pR - pp'_\alpha + R.OV - p'_\alpha OV$$

de donde:

$$2\,pp'_\alpha - p'_\alpha R + p'_\alpha OV = pR + 2R.OV - p.OV$$

y de aquí:

$$p'_\alpha (2p - R + OV) = pR + OV\,(2R - p)$$

luego:

$$p'_\alpha = \frac{p\,R + OV\,(2\,R - p)}{2\,p - R + OV}$$

y de aquí sustituyendo a *O V* por su valor encontrado resulta:

$$p'_\alpha = \frac{R\left[p + \left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)(2R - p)\right]}{2p - R + R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)}$$

de donde finalmente:

$$p'_\alpha = \frac{R\left[p + \left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\left(2R - p\right)\right]}{2p + R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 2\right)} \quad . \; . \; . \; (3)$$

y si en esta fórmula hacemos $\alpha = o$, tenemos:

$$p'_o = \frac{pR}{2p - R}$$

y como para $\alpha = o$, $R = 2f$, pues en este caso V coincide con O se tiene que esta fórmula es idéntica a la (2).

Como del punto P parten rayos en número infinito que inciden en puntos del espejo que abren desde el ángulo O, que son los que pasan por el centro, hasta los que abren el ángulo máximo, que son los rayos marginales, se producen múltiples imágenes del punto P y la distancia que media en el sentido del eje principal, del punto imagen más próximo al espejo al más alejado, es lo que se

llama aberración longitudinal de esfericidad, y cuyo valor *a* es evidentemente:

$$a = p'_o - p'_\alpha$$

siendo en este caso α el ángulo máximo, y de donde dando a p'_o y p'_α los valores que dan las ecuaciones 2 y 3 tendremos:

$$a = \frac{p\,R}{2\,p - R} - \frac{R\left[p + \left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)(2\,R - p)\right]}{2\,p + R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 2\right)} \qquad (4)$$

y si el punto *P* se hallara en el infinito esta magnitud lleva el nombre de aberración longitudinal principal, cuyo valor es:

$$l = \frac{CV}{2} - \frac{R}{2}$$

pues el punto más próximo al espejo es el que corresponde a los rayos marginales que vienen del infinito que, como ya sabemos, la imagen que dan esos rayos se encuentra en la mitad de la recta que une el centro del espejo con el punto *V* intersección del eje principal con los tangentes en el borde del espejo.

Por otra parte, como en el triángulo CAV:

$$C V = \frac{R}{\cos \alpha}$$

se tendrá:

$$l = \frac{R}{2 \cos \alpha} - \frac{R}{2}$$

de donde:

$$l = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \ (5)$$

fórmula esta que podemos sacar directamente de la (4), haciendo en aquella $p = \infty$

Involución óptica

Volviendo a la fórmula (1) se sabe que si en ella se hace $p=H+f$ y $p'=H'+f$, siendo H y H' las distancias de los puntos p y p' al foco, se tiene:

$$HH'=f^2$$

A esta fórmula, que se la conoce como fórmula de Newton, se puede arribar también si observamos que la puntual armónica $P\,P'C\,V$ es una pun-

tual donde sus elementos están en involución (Teorema de Desargues), y donde el punto central de dicha involución es el punto F, pues él se corresponde con permutabilidad con el punto al infinito de la recta sostén.

En esta involución de puntos donde se corresponden con permutabilidad P y P' y donde C se corresponde a sí mismo, C es un punto doble de la involución y estando V a igual distancia del punto central F que C, V es otro punto doble. Es decir que tenemos una involución hiperbólica, donde la potencia es $\overline{FC}^2$ y, como se sabe que el producto de las distancias de un par de conjugados es constantemente igual a la potencia, se tiene:

$$PF \times P'F = \overline{FC}^2$$

y tomando a $FC = f$, y siendo $PF = H$ y $P'F = H'$ resulta:

$$HH' = f^2 \dots\dots\dots\dots \quad (6)$$

Como se ve, resulta interesantísimo el hecho de que los focos conjugados sean también puntos conjugados de una involución, y al mismo tiempo que se corresponden por *permutabilidad proyectiva* se correspondan por *permutabilidad óptica*.

Luego generalizando, podemos establecer el si-

guiente principio que propongo se le denomine de involución óptica: *Considerando a un punto del espacio con relación a un segmento de superficie reflectora cualquiera, le corresponderá, suponiéndole objeto o imagen, un mismo punto del espacio que será imagen u objeto respectivamente.* También se cumple este principio para las imágenes producidas por refracción, con la diferencia de que no siempre obtenemos una involución hiperbólica, es decir, que los dos puntos se encuentren a un mismo lado del centro de la involución (para el caso de los espejos su foco óptico y principal) sino que, en el caso de las lentes, por ejemplo, las dos puntuales de objetos, e imágenes, están como dislocadas con relación al centro, el cual también está dislocado hacia uno y otro lado de la lente (me refiero a los focos que son centro por corresponderse con el punto impropio del eje).

Sin embargo, tomando de los puntos objetos sus simétricos con relación al centro óptico de la lente, obtendremos sobre el eje principal y los secundarios puntuales de puntos objetos y puntos imágenes que están en involución hiperbólica. El centro de esta involución es ahora el punto donde coinciden los dos focos y serán puntos dobles de la misma aquellos que se correspondan consigo mismo, es decir, la doble focal y el centro óptico.

De lo que precede se deduce que la fórmula (6) será aplicable también a las lentes, siempre

que H fuere la distancia del objeto al foco objeto, y H' de la imagen al foco imagen.

Espejos esféricos convexos

Por la misma observación hecha al tratar los

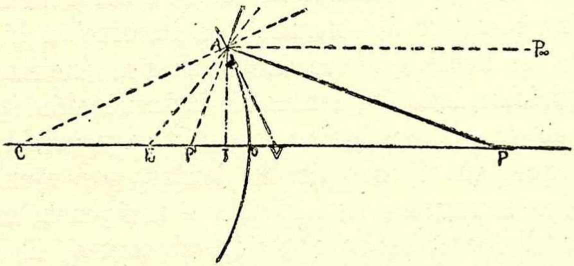


Fig. 24

espejos cóncavos, resulta que la puntual $PP'VC$ (fig. 24) es armónica, y por lo tanto:

$$\frac{PV}{P'V} \cdot/. \frac{PC}{P'C} = -1$$

de donde:

$$\frac{PV}{VP'} = \frac{PC}{P'C} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

y haciendo $PV = PO = p$ y $VP' = OP' = p'$ y $CV = CO = 2f$, resulta:

$$\frac{p}{p'} = \frac{p+2f}{2f-p'}$$

de donde:

$$p' = \frac{pf}{p+f} \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

fórmula aproximada de los espejos esféricos convexos.

Si quisiéramos la fórmula exacta, tenemos inmediatamente de la (7):

$$\frac{p-OV}{p'_\alpha + OV} = \frac{p+R}{R-p'_\alpha}$$

de donde:

$$pR - pp'_\alpha - R.OV + p'_\alpha OV = pp'_\alpha + p.OV + p'_\alpha R + R.OV$$

de donde:

$$p'_\alpha = \frac{OV\,(p + 2\,R) - pR}{OV - 2p - R}$$

y como ya hemos visto al tratar los espejos cóncavos, el valor de OV se tiene reemplazándole:

$$p'_\alpha = \frac{R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)(p + 2R) - pR}{R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) - 2p - R}$$

o sea:

$$p'_\alpha = \frac{R\left[p - \left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)(p + 2R)\right]}{2p - R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 2\right)} \quad \ldots (9)$$

fórmula en donde si hacemos $\alpha = 0$ obtenemos la (8).

Aquí lo mismo que en los espejos cóncavos *P* y *P'* son conjugados de una involución donde el punto central es *F* y donde la potencia de la involución es $\overline{FC}^2$, luego:

$$PF \times P'F = \overline{FC}^2$$

o sea:

$$HH' = f^2 \ldots\ldots\ldots (10)$$

que es idéntica que la de los espejos cóncavos, y

que también se hubiera podido obtener de la (8) reemplazando en aquélla a p y p' por $H—f$ y $f—H'$ respectivamente.

Apreciación de distancia

Son muchos y muy variados los datos que toma nuestra conciencia para darnos la magnitud de la distancia que nos separa de un cuerpo dado. Entre esos datos existe la apreciación del ángulo que forman los ejes de los ojos, y que es tanto menor cuanto más distante se halla el objeto que percibimos.

Veamos ahora por medio de un experimento

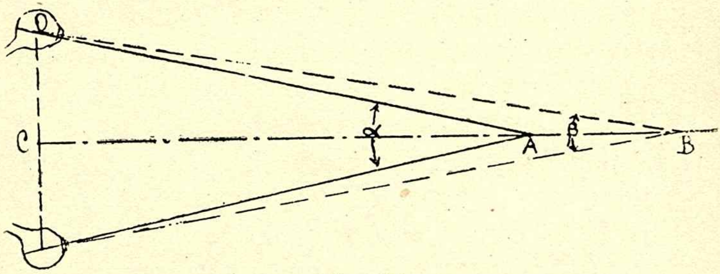


Fig. 25

el valor de este dato: Cuando el punto luminoso está en A (fig. 25), el ángulo de los dos ojos es igual a α; si corremos ahora el punto luminoso hacia B el ángulo de las dos visuales será $\beta < \alpha$ — Si la distancia AB es muy pequeña, la diferencia

$\alpha - \beta$ será también pequeña, y el ojo no percibirá que B se halla más distante que A. De modo que alejamos paulatinamente el objeto hasta que el observador perciba que éste se ha alejado, y en ese momento medimos la magnitud CB. En el triángulo OCA se tiene:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{OC}{CA}$$

y en el OCB:

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{OC}{CB}$$

Queremos, pues, calcular el ángulo $\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$ que es la mitad del que la vista puede percibir como mínimum y entonces tendremos:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}}$$

y reemplazando los valores de $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ y $\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}$ por los encontrados se tiene:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)=\frac{\frac{OC}{CA}-\frac{OC}{CB}}{1+\frac{\overline{OC}^2}{CA.CB}}$$

de donde:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)=\frac{OC\,(CB-CA)}{CA.CB.+\overline{OC}^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Ahora bien: si un objeto está alejado a una distancia tal que el ángulo que las dos visuales forman con él, sea igual o menor al duplo del que expresa la fórmula (1) por más que alejáramos ahora al objeto, no conseguiríamos obtener una variación perceptible de aquel ángulo. Dado, pues, aquel ángulo, calculemos la distancia máxima que somos capaces de percibir por medio de este factor. Tenemos llamando x a esa distancia:

$$OC = x \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)$$

o sea:

$$OC = x\,\frac{OC\,(CB-CA)}{CA.CB+\overline{OC}^2}$$

de donde:

$$x = \frac{OC\,(CA.CB + \overline{OC}^2)}{OC(CB - CA)}$$

$$x = \frac{CA.CB + \overline{OC}^2}{CB - CA} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

—Para la medida de las magnitudes CA y CB puede utilizarse el método siguiente: Se toma (fig. 26), un espejo convexo, donde se hacen for-

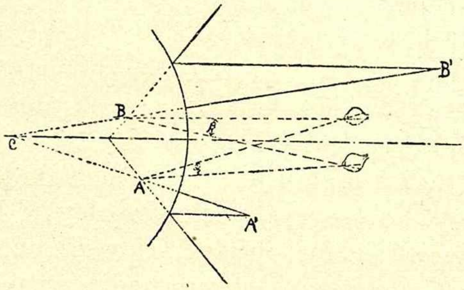


Fig. 26

mar las imágenes de dos objetos A' y B' que se formarán respectivamente en A y B.

Cuando la distancia AB es bastante grande el observador colocado en C percibe claramente que las imágenes A y B están desigualmente distantes del espejo, pero si movemos los objetos A' y B'

llegará un momento en que el observador no podrá distinguir cuál de las dos imágenes está más distante del espejo, y en ese momento de transición es que debemos conocer la separación entre *A* y *B*. Esta magnitud la conocemos en función de las distancias de *A'* y *B'* al espejo, pues aplicando la fórmula 8 de los espejos esféricos resulta:

$$a = \frac{a'f}{a' + f}$$

y

$$b = \frac{b' f}{b' + f}$$

siendo *a* y *b* las distancias respectivas de las imágenes *A* y *B* al espejo, y siendo *a'* y *b'* las distancias de éste a los objetos *A'* y *B'*. Además, llamando *C* la distancia que media entre el observador y el espejo, se tiene:

$$C A = c + a$$
$$C B = c + b$$

y:

$$C B - CA = b - a$$

luego la fórmula (2) se convertiría:

$$x = \frac{(c + a)(c + b) + \overline{OC}^2}{b - a}$$

y sustituyendo los valores encontrados de *a* y *b* en función de *a'* y *b'*, resulta:

$$x = \frac{\left(c + \frac{a'f}{a'+f}\right)\left(c + \frac{b'f}{b'+f}\right) + \overline{OC}^2}{\frac{b'f}{b'+f} - \frac{a'f}{a'+f}} \quad . \quad . \quad (3)$$

suponiendo, como es natural, una pequeña abertura para el espejo. La ventaja de la medida indirecta sobre la directa estriba en que con la primera puede hacerse variar de un modo muy pequeño la distancia *A B*, pues a un gran recorrido hecho por el objeto, corresponde una pequeña trayectoria ejecutada por la imagen.

———

Telégrafo impresor

Por creerlo ventajoso para los estudiantes, aún cuando tenga que apartarme de la norma hasta aquí seguida, daré, primeramente, una descripción sumaria del

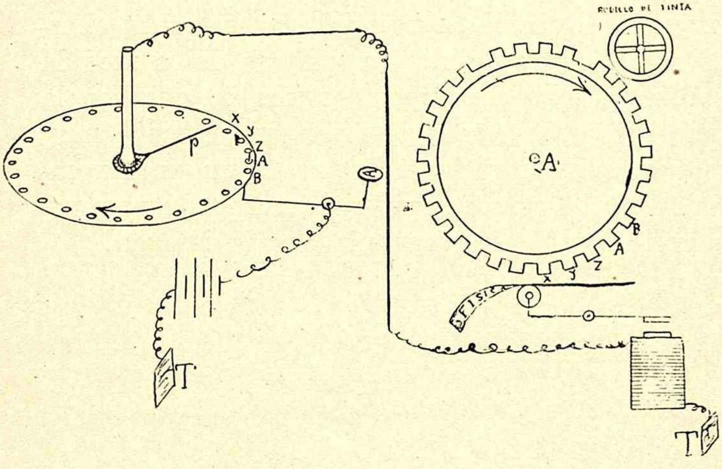


Fig. 27

Telégrafo impresor de Hughes. — Supongamos en la estación trasmisora un disco con 28

agujeros, uno para cada letra (fig. 27) (1) y que sea recorrido por la pieza p que da dos vueltas por segundo.

Por cada uno de estos agujeros puede levantarse una clavija movida por la tecla correspondiente a determinada letra. Supongamos ahora que en la estación receptora exista una rueda A que dé también 2 vueltas por segundo, marchando acorde con la pieza p. Esta rueda, que es dentada, lleva en cada diente el tipo de una letra y el sincronismo de la pieza p y la rueda A significa que cuando la pieza p pasa frente al agujero que corresponde, por ejemplo, a la letra x, el diente que lleva esta letra en la rueda A, pasa por la parte inferior. Si se quiere, pues, trasmitir la letra A se aprieta esa tecla, lo que hará que por el agujero A del disco se levante una clavija con la cual chocará la pieza p que recorre el disco. En el momento del contacto de la pieza p con la clavija, pasa corriente que se dirige a un electroimán de la estación receptora, encargado de comprimir una tira de papel contra el diente que pasa en ese momento por la parte inferior, y que debido al sincronismo será el diente que lleva la letra A.

Veamos ahora cómo se realiza en la práctica

---

(1) Esta figura está lejos de representar al aparato tal como es, pero se ha hecho así para facilitar la comprensión de lo que sigue.

todo esto. La figura 28 muestra al aparato en conjunto, al cual supondremos oficiando por ahora de receptor. La cadena X trasmite su movimiento, originado por un aparato cualquiera, una

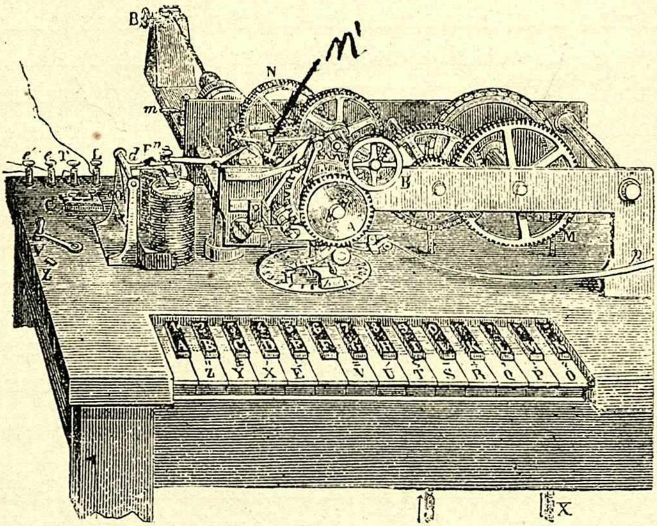


Fig. 28

pesa que cae, por ejemplo, por medio de una serie de ruedas dentadas y piñones a la rueda N, que mueve a la rueda A de los tipos. Esta misma rueda, la N, mueve un piñón en cuyo eje está por la parte de atrás, un volante y un regulador que maneja el tornillo B, como veremos luego, y por la parte de adelante mueve a la rueda g (fig. 29), y a las excéntricas o e i, y al rodillo c, destinado a levantar la tira de papel.

Veamos ahora el detalle de la figura 29: Cuando no pasa corriente, la pieza *n* está aplicada contra el electroimán *E* que oficia entonces de

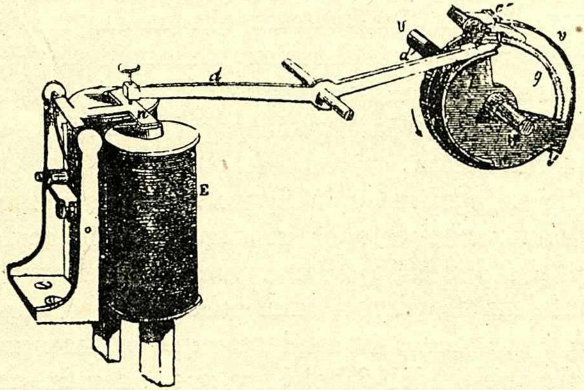


Fig. 29

imán permanente, el que se desimana al pasar la corriente, dejando entonces libre a la pieza *n* que sube, y al subir hace descender al brazo *d'*. En la rueda *g* se ve al árbol *U* y al *U'* que parecen uno solo, y que, sin embargo, son independientes. El árbol *U* de esta figura, está unido directamente al árbol del piñón que engrana con la rueda *N* de la fig. 28 de modo que este árbol gira continuamente, al paso que el *U'* sólo gira cuando el brazo de palanca *d'* ha bajado, lo que hace engranar las dos ruedas. De modo, pues, que el árbol *U'* gira en cada emisión de corriente. El movimiento de este árbol, origina el de las excén-

tricas y alzas que están en él; así el alza *s* (figs. 30 y 31) mueve la palanca *t t'*, que levanta al rodillo *c*, que aplica la tira de papel contra la rueda por medio de un golpe seco que deja impresa sobre la tira la letra que en ese momento pasaba por la parte inferior. La excéntrica *i*, que se mueve también con el árbol *U'* está destinada a hacer avanzar la tira de papel después de impresa cada letra.

Volviendo ahora a la figura 29 es de observar que una vez puesto en movimiento el árbol *U'* no puede dar más de una vuelta (para que las excéntricas funcionen una sola vez), y esto se realiza por medio de la pieza *u* que lo desengrana a cada vuelta del árbol *U* y que, además, actúa como una excéntrica sobre la palanca *d d'*, a la que hace volver, una vez que ha actuado, a su primitiva posición.

El aparato de la figura 28, que hemos supuesto receptor, es también trasmisor, y la corriente del hilo de línea pasa, antes de salir, por el electroimán *E*, de modo que en la misma estación trasmisora se obtiene el despacho, lo que sirve de comprobante.

Si los dos aparatos no marchan acordes, se usa del tope *e* (fig. 30) que se introduce entre los dientes de la rueda *R*, llamada rueda de corrección, la que es detenida conjuntamente con la rueda *A*. Entonces se varía la posición de esta rueda hasta que convenga, lo que se puede hacer

por no estar dichas ruedas invariablemente unidas a su eje.

Como se podrá ver en la figura 28, sobre cada tecla, además de la letra correspondiente, hay

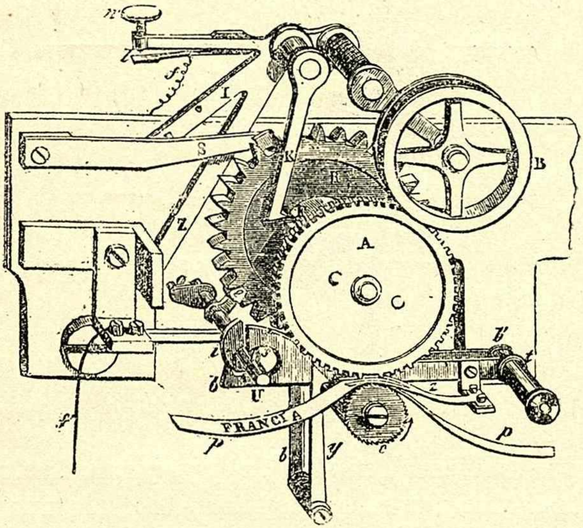


Fig. 30

marcado un guarismo o un signo, y para hacer imprimir éstos en lugar de aquéllos, es que está la pieza *m n* de la figura 31. En esta figura se ve a la rueda de corrección por su parte posterior, donde vemos la pieza *m n*, que puede girar alrededor de *i*. Además, la palanca *a*, que está en comunicación con la rueda de los tipos, introduce su extremidad en un orificio de la pieza *m n*.

Si ahora hacemos mover esta pieza hasta que la palanca *a'* se apoye sobre el segundo diente, la pieza *m n* tomará la posición que indican los puntos, y el orificio que lleva a la palanca *a*, habrá

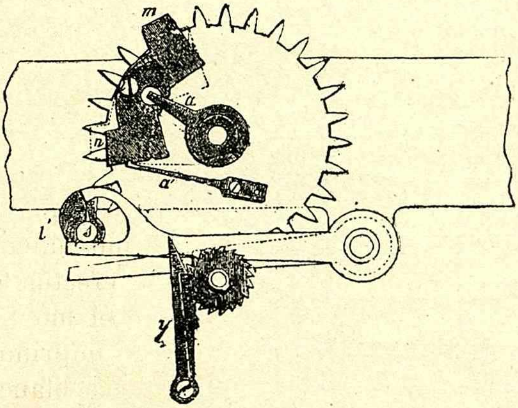


Fig. 31

girado también alrededor de *i*, y, por lo tanto, la rueda de los tipos habrá girado también una pequeña porción.

Sobre cada uno de los dientes de esta rueda se hallan dos signos en el sentido de la circunferencia, de tal modo, que si con la posición de la pieza *m n* representada en lleno en la figura, pasaban frente al rodillo las letras para ser impresas, con el pequeño desplazamiento sufrido por la rueda de los tipos a causa del movimiento de la pieza *m n*, ya no pasarán frente al rodillo las letras sino los guarismos. El movimiento de

la pieza *m n* se realiza por medio de la primera o la sexta tecla del teclado, que, como se ve en la figura 28, están en blanco. Si se aprieta la primera tecla, el tope *e* de la figura 30 actúa sobre la porción *m* de la pieza *m n*, haciéndola tomar la posición indicada por puntos en la figura 31, y que hace se impriman las letras.

Si por el contrario hubiéramos oprimido la sexta tecla, ya la rueda *R* habría avanzado 6 dientes, y el tope *e* obraría sobre la porción *n* de esa pieza, haciendo que se impriman los guarismos. Es de observar que el movimiento del tope *e* que origina el cambio, se efectúa con el del árbol *U'*, que acarrea consigo el movimiento del rodillo tal como si se fuera a imprimir una letra, y es por esto que a las teclas blancas corresponde también un blanco en la rueda de los tipos, que es un espacio sin dientes, y que, como se puede observar en la figura 30, los dos espacios blancos están separados por 4 dientes, así como en el teclado las dos teclas blancas están separadas por otras 4.

El botón *n'* (fig. 30) sirve para dejar un espacio en blanco. Al apretar este botón descienden las palancas *I*, *Z* y *K*; esta última se introduce dentro de una muesca que tiene la rueda *F*, solidaria con la *A* y la *R*, y cuando esto pasa, un blanco está pasando por la parte inferior de la rueda de los tipos.

Además, al bajar la palanca *I* descendió tam-

bién la *s* que al mismo tiempo que detiene al árbol de las ruedas *R*, *F* y *A*, por medio de una excéntrica (mecanismo análogo al de la figura 29), lo desengrana del resto del aparato, de modo que la rueda *A* queda quieta aún cuando se muevan las ruedas *M* y *N* de la figura 28. La corriente que pasa en ese momento por el electroimán hará dar una vuelta completa al árbol *U'*, que hará que avance el papel sin imprimir letra alguna, pues la rueda *A* presentaba al papel un claro y, además, en esta vuelta del árbol *U'* la excéntrica *O* (fig. 30), levantará a las palancas *Z* e *I*, esta última a la *S*, la que dejará libre a la rueda *R* y restablecerá el engranaje de ésta y la rueda de los tipos con el resto del aparato.

Regulador del telégrafo de Hughes. — Si al empezar la trasmisión se envía la letra *A* varias veces, y el telegrafista del aparato receptor observa que se imprime siempre la *A*, el sincronismo de los dos aparatos es perfecto, pero si la rueda del receptor se va adelantando con respecto a la del trasmisor $\frac{1}{8}$ de vuelta por cada vuelta de aquélla; si en la estación receptora empezó por imprimirse la *A* se imprimirá más tarde la *B*, luego la *C*, y así sucesivamente. Luego será necesario atrasar al aparato receptor, y esto se consigue por medio del aparato de la figura 32, que es un detalle de la parte posterior de la fig. 28.

Una varilla *P*, está fija por un extremo, y por

el otro unida a otra varilla *o*, que recibe su movimiento del brazo *q* que está unido directamente al árbol *U* del aparato.

En la varilla *P* hay una esfera de cobre *y* que

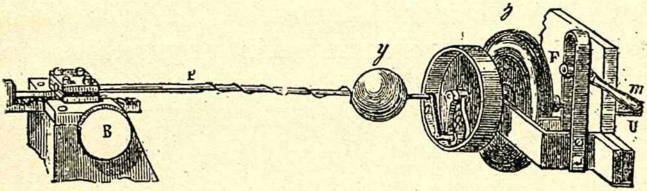


Fig. 32

puede deslizarse a lo largo de la varilla, atraída por un alambre de acero, que está ligado a la cremallera que mueve el botón *B*. Al girar *q*, la varilla *P* adquiere un movimiento que por efecto de la fuerza centrífuga sobre la bola *y*, la varilla se aparta de su posición de equilibrio, originando una vibración completa a cada vuelta del árbol *U*. Luego, si la bola *y* permanece fija en un punto de la varilla, las vibraciones son isócronas y de cierta duración, pero si ésta se mueve, la longitud de las oscilaciones varía, y, por lo tanto, el tiempo de una vibración completa, que es el de una revolución del árbol *U*.

En la figura si se corre la bola *y* hacia la izquierda, es evidente que el aparato se atrasará.

Además del ingenioso telégrafo que acabamos de ver, existen otros más perfeccionados, como ser

el sistema Carpentier, Baudot, Creed, Morkrum, etc. Expondré también aquí, en lo que sigue, un par de telégrafos impresores basados en principios distintos a los anteriores.

TELÉGRAFO BASADO EN LA INTENSIDAD DE LA CORRIENTE. — Veamos la figura 33. La parte de la izquierda es la representación esquemática del

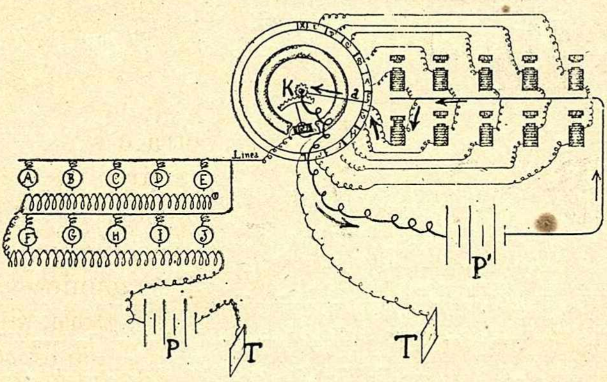


Fig. 33

manipulador, y la de la derecha representa al receptor, también esquemáticamente.

P representa en dicha figura una batería de pilas, en las cuales uno de los polos comunica con tierra, y otro con una serie de resistencias que pasan por debajo de un teclado dispuesto como el de una máquina de escribir, de la que se han representado solamente 10 teclas.

Al bajar cada una de estas teclas se establece

un contacto que hace pasar la corriente por el hilo de línea. Además, a cada tecla corresponde determinada resistencia, con lo cual, para cada una de ellas corresponde determinada intensidad de corriente. El hilo de línea que va a la estación receptora pasa por un amperímetro *K*, y de ahí va a tierra, por donde se cierra el circuito. El movimiento de la aguja del amperímetro se amplifica merced a un piñón y a un sector de rueda dentada, como se ve en la figura. Esta aguja recorre una circunferencia, en la que hay varios casilleros, uno para cada letra o señal, los que son terminales de una serie de circuitos, uno para cada tecla, y originados todos por la misma batería de pilas *P'*, situada en la estación receptora, y de la que un polo está en comunicación con el centro de la aguja, que es conductora, y el otro comunica con una serie de electroimanes colocados debajo de cada una de las teclas y con los casilleros correspondientes a éstas. Veamos ahora cómo funciona este aparato: supongamos que apretamos en la estación trasmisora la tecla *E*; como se ve, el circuito queda cerrado, pero con el máximo de resistencia, luego irá al amperímetro *K* un mínimo de intensidad de corriente, lo que hará que la aguja *a* se mueva solamente de la cruz al casillero *E*. Estando la aguja en *E* vemos que se cerrará el circuito que contiene el electroimán que está debajo de la tecla *E*, la que hubiera bajado y marcado, por consiguiente, sobre

el papel, como se ve en la figura 34. En la figura 33 se ha representado el contacto de la tecla *F*, lo que da una intensidad tal de corriente que la aguja

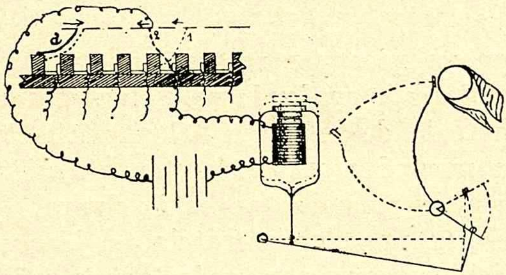


Fig. 34

a se ha movido hasta el casillero de esa letra cerrando el circuito correspondiente.

Ahora bien; al ir la aguja de la cruz al casillero de la *F* parece que hubiera tenido que cerrar los circuitos correspondientes a los casilleros por donde pasaba, y hecho funcionar, en consecuencia, a la *E, D, C*, etc., hasta la *F*; pero esto se evita, como lo muestra la figura 34, donde *a* representa el terminal de la aguja del amperímetro, que es una lámina elástica de metal que, como se observa fácilmente en la figura, sólo es posible que se efectúe el contacto en el casillero hasta donde la aguja ha llegado, y de donde empieza a retroceder.

Como se ve, por el funcionamiento del aparato, es imprescindible que la corriente que utiliza el

manipulador sea rigurosamente de intensidad constante, para lo cual habrá que intercalar en la propia estación trasmisora un amperímetro y una caja de resistencias. Aún así, siendo la modalidad de cada letra la intensidad de corriente trasmitida, subsiste aún el inconveniente de que agentes extraños a él, modifiquen en el hilo de línea, la intensidad de la corriente trasmitida, lo que traería consigo un cambio de la letra que se ha querido trasmitir.

Telégrafo basado en el número de contactos. — Vamos ahora al telégrafo, que esquemáticamente representa la figura 35. La parte de la iz-

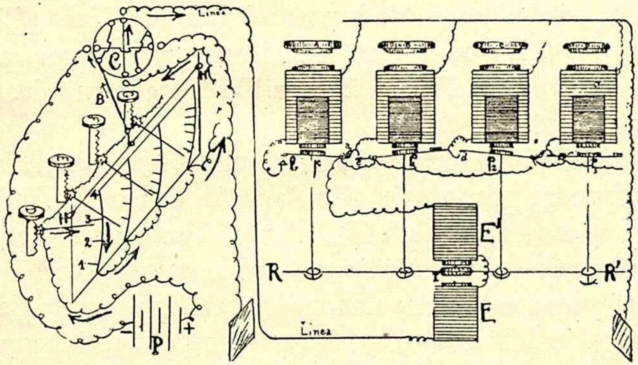


Fig. 35

quierda de esta figura, representa, como en el anterior, al manipulador, donde se ve que a cada tecla de la máquina está adaptada una cremallera que mueve un piñón, que sostiene a su vez una

palanca, que en su movimiento va estableciendo diversos contactos. Estos contactos están sumergidos en un recipiente con aceite, para evitar las chispas que podrían producirse en cada interrupción. Se ve que a cada tecla corresponde un número de contactos diferentes.

En la figura se ha representado actuando a la letra *D*, donde la palanca que corresponde a esta tecla ya ha efectuado los contactos 1 y 2, y está por efectuar el 3. Como se ve, la corriente que sale de la pila *P*, va hacia los ejes de los piñones de todas las teclas, y cuando una de éstas funciona, pasa por la palanca a los contactos, y de éstos, siguiendo el camino que indican las flechas, pasa por el conmutador *C* al hilo de línea. El polo negativo comunica con el conmutador, que al estar como indica la figura, lo hace comunicar con tierra.

Cuando una de las teclas, en nuestro caso la *D*, llega al punto más alto, levanta la varilla *HH'* que mueve a la biela *B*, la cual imprime al conmutador un movimiento que hace se efectúen los siguientes cambios: El polo positivo queda en comunicación con el suelo, en tanto que el negativo queda comunicando con el hilo de línea.

Los contactos que para el caso de la letra *D* están representados por los números 1, 2 y 3, son de naturaleza elástica para permitir el libre paso de la palanca, y, además, están compuestos de dos láminas superpuestas, la de abajo conductora

y la de arriba, no. Con esto se consigue que la palanca sólo efectúe contactos al subir.

Vamos ahora al receptor: la corriente del hilo de línea penetra por *a* [1] y se dirige hacia el contacto *b*, pues la parte más gruesa de la palanca que está a la derecha del punto de apoyo es aisladora; del contacto *b* pasa la corriente al electroimán, que se encuentra debajo de la tecla *A*. De aquí la corriente va a tierra, por donde se cierra el circuito.

Este electroimán presenta, como todos los demás, la siguiente disposición: En primer lugar, tiene la armadura polarizada, es decir, que la parte de la tecla que se presenta al electroimán es simplemente el polo de un imán que, para fijar ideas, supondremos norte.

Supongamos ahora que el sentido del arrollamiento sea tal en este electroimán, que cuando la corriente circula en el sentido que indican las flechas de la figura, se desarrolle por la parte de arriba de dicho electroimán también un polo norte. Luego la corriente que va en ese sentido pasará por él sin atraer a la tecla.

Además, dentro de cada electroimán hay otro más pequeño, que funciona únicamente por la corriente inducida que en él se desarrolla. La armadura de este segundo electroimán está también polarizada, y a su polo lo supondremos *norte*.

---

(1) Prescindimos, por ahora, de los electroimanes E.

Supongamos que el electroimán de adentro está arrollado de tal modo, que cuando empieza la corriente en el inductor se desarrolla en él un polo norte, y por consecuencia, cuando aquélla termina se desarrollará un *sur*. Luego, en este momento, cuando termina el contacto 1, es que es atraída la palanquita *p*. Esta palanca al moverse interrumpe el contacto *b* y establece otro en *c*, que pone al electroimán que se encuentra debajo de la tecla *B* en condiciones de recibir el contacto 2, que da la tecla *D* del manipulador.

Como en el caso anterior, la tecla no será atraída, y todo se reducirá a que al finalizar el contacto 2 se mueva la palanquita p_1 que interrumpe el contacto en *c* y establece otro en *d*. De aquí se ve que la corriente del tercer contacto pasará por el electroimán que está debajo de la tecla *C*, y al finalizar este contacto, el 3, por intermedio de la palanca p_2 se interrumpe el contacto en *d*, y se establece otro en *e*, que pone apto al electroimán que está debajo de la tecla *D*, para recibir el 4.° contacto. Este 4.° contacto, en el caso de querer trasmitir la letra *D*, es el que se produce en el manipulador por intermedio de la varilla *HH'*; luego, el sentido de la corriente será contrario a los casos anteriores, y si en aquéllos se desarrollaba por la parte superior de los electroimanes un polo norte, ahora con la corriente invertida se desarrollará un polo *sur*, lo que hará descender a la tecla *D*, y ésta se imprimirá en el

papel por medio del mecanismo que indica una parte de la figura 34.

Veamos ahora el objeto de los electroimanes *EE'*. La varilla *RR'*, cuando no pasa corriente, o cuando pasa en el sentido directo, está aplicada contra el electroimán *E'*, pues la armadura *I* de esta varilla está polarizada en armonía con el devanado de esos electroimanes para que ello suceda. Cuando se invierte el sentido de la corriente, la varilla *RR'* baja entonces colocando en sus posiciones primitivas a las palancas *p*, y no darle tiempo a la p_3 que comunique la línea con el electroimán siguiente.

Como se ve en este aparato, la modalidad de cada letra no es ya la intensidad, como en el aparato anterior, sino el número de contactos, que es mucho más seguro.

APÉNDICE

El problema del «perpetuum mobile

Creyendo ser útil a los estudiosos amantes de los grandes problemas, hablaré aquí, para ellos, de lo que se entiende por *perpetuum mobile,* o movimiento continuo, tratando de definir las condiciones actuales en que se encuentra el problema. Transcribiré, para empezar, lo que acerca de esto dice Chwolson: "*Un perpetuum mobile* es imposible. Un *perpetuum mobile* sería un sistema de cuerpos (una máquina, por ejemplo) tal que una vez puesta en movimiento continuara moviéndose indefinidamente, *efectuando así* continuamente trabajo. Resulta de la definición de la energía y del principio I (2), que cuando un sistema produce trabajo, su capacidad para producirlo disminuye. Una producción continua de trabajo, debe

(1) Cuando un cuerpo o un grupo de cuerpos son capaces de efectuar un trabajo, decimos que poseen energía.

(2) La energía de un cuerpo o de un sistema de cuerpos es una función finita, uniforme y continua, del estado del cuerpo o del sistema.

ir acompañada de una continua disminución de la provisión de energía cinética (disminución de velocidad) que es una magnitud finita, y que, por lo tanto, debe agotarse con el tiempo. No sabemos con certeza si los cuerpos celestes encuentran en su movimiento una resistencia ocasionada por el medio que los rodea. Si esta resistencia no existe, la posibilidad de un *movimiento eterno* de los astros no está en contradicción con la imposibilidad de un *perpetuum mobile*, porque no habría en dicho movimiento ninguna pérdida de energía. Pero en la superficie de la tierra, el movimiento eterno de un sistema, no es realizable, porque, como ya hemos visto, es imposible evitar las resistencias nocivas, y para vencerlas es necesario gastar continuamente energía cinética."

Como se ve, la demostración es terminante, pero, sin embargo, dada la relación tan estrecha que existe entre la energía cinética y la fuerza, el problema planteado en ciertas condiciones, se presta a dudas, pues se habla, por ejemplo, de la utilización de la gravedad, no teniendo en cuenta que ésta es una fuerza y no una fuente de energía. Pero como a cada paso vemos la *producción* de fuerza con el agotamiento de la energía cinética, y la *devolución* de esta energía por la fuerza, atribuímos a ésta una propiedad que no tiene, es decir, la creación de energía.

Cuando levanto una piedra o aprieto un resorte, gasto cierta cantidad de *energía*, que luego la

fuerza de la gravedad o la *fuerza* del resorte me devuelve, pero que de ningún modo la crea; es decir, que debe interpretarse a la *fuerza como el medio de la energía*.

Con esto sería ya suficiente, pero dada la conexión profunda que existe en nuestro espíritu entre la fuerza y la energía, para desligarlas algo entre sí, es que citaré aquí algunos ejemplos donde se ha querido utilizar la gravedad (fuerza) como

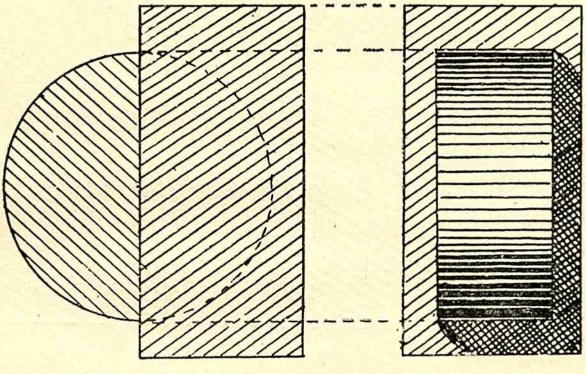


Fig. 36

si ésta fuera una fuente de energía. Daré, pues, de cada aparato que cite, la demostración que se da por positiva y luego la negativa.

Sea el aparato de la figura 36, el que no es más que un cilindro medio introducido en una caja, por la pared vertical de ésta, y la cual contiene en su interior un líquido cualquiera.

Con sólo mirar la figura, se ve cuál sería la demostración positiva, pues por un lado, el de afuera, el peso del cilindro, y por el otro el empuje del líquido originan un desequilibrio que hace girar el cilindro suministrando trabajo.

La demostración negativa no consistiría más que en demostrar que la fuerza del empuje no existe, pues como ésta proviene en todos los casos de las presiones normales ejercidas sobre la su-

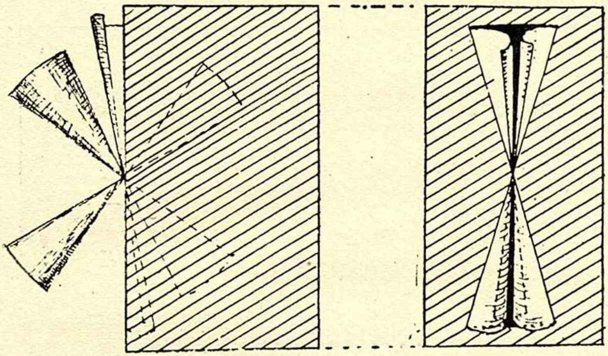


Fig. 37

perficie del cuerpo, en este caso dichas presiones se anulan contra el eje del cilindro.

Para evitar esta objeción, puede presentarse el aparato como indica la figura 37, donde en lugar del cilindro se ha puesto una serie de conos montados sobre el mismo eje, y que entran y salen del líquido por la pared vertical, donde hay unos resortes que impiden la salida de éste.

Se aumenta el efecto, puramente psicológico, de la demostración positiva si suponemos, por ejemplo, que los conos son de plomo (densidad 11,35) y el líquido mercurio (densidad 13,6).

Demostración negativa. — Como el fundamento del aparato no es otro que el que indica la figura 38, que representa un cilindro (o un cuerpo cualquiera) que cae desde cierta altura, en virtud de su peso, que penetra luego en un recipiente por

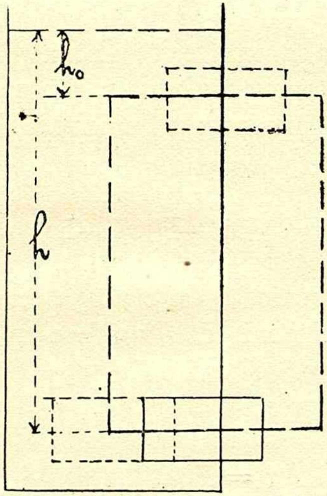


Fig. 38

la parte inferior, que sube después dentro del recipiente en virtud de ser de densidad inferior al líquido que contiene dicho recipiente, y por último que sale del recipiente para terminar el ciclo que luego volvería a comenzar.

Calculemos, pues, el trabajo capaz de dar este aparato en un ciclo completo. Para ello sumaremos los trabajos positivos, y luego restaremos los negativos; pues el trabajo total de un ciclo será la suma algebraica de los trabajos elementales.

Llamando t_1 al trabajo que efectúa el cuerpo al caer de la altura h_0 a la h, se tiene, siendo P el peso del cuerpo:

$$t_1 = P(h - h_0)$$

y siendo, por otra parte, t_2 el trabajo elemental que efectúa el cuerpo al subir dentro del líquido de densidad d', tendremos llamando V al volumen de dicho cuerpo:

$$t_2 = (Vd' - P)(h - h_0)$$

Además, llamemos t_3 al trabajo que suministra el cuerpo cuando sale del líquido por la parte superior, y éste será, siendo S la superficie de entrada del cilindro y a su altura:

$$t_3 = Sh_0 d'_a$$

pero como $S\,a = V$ se tiene:

$$t_3 = Vh_0 d'$$

y por último, llamando t_4 al trabajo que hay que

suministrar al cuerpo para entrar dentro del líquido por la parte inferior, tenemos·

$$t_4 = Shd'a$$

o sea:

$$t_4 = Vhd'$$

de lo que precede resulta que el trabajo total *T* será:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 - t_4$$

es decir:

$$T = P(h - h_o) + (Vd' - P)(h - h_o) + Vh_o d' - Vhd'$$

o lo que es igual:

$$T = (h - h_o)(Vd' - P + P) - Vd'(h - h_o)$$

o sea:

$$T = (h - h_o)(Vd' - Vd') = O$$

Lo que significa que el trabajo total de un ciclo es nulo, es decir, que teniendo en cuenta las resistencias nocivas el aparato no se movería.

Vamos ahora a la figura 39, donde se representa a un cuerpo que puede variar de volumen, y sumergido dentro de un líquido. Supongámoslo con

el volumen mínimo en la parte superior del líquido, entonces descenderá; una vez en la parte inferior supongamos que se agrande, y entonces se

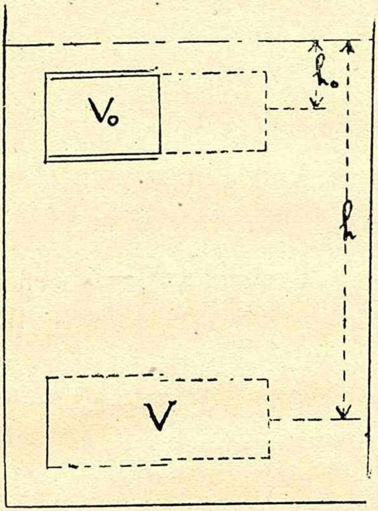


Fig. 39

elevará; una vez arriba se vuelve a achicar, y así sucesivamente.

La demostración contraria no consiste más que en calcular el trabajo que es la suma algebraica de los trabajos elementales. De estos trabajos son positivos el ascenso, el descenso y el paso del cuerpo del volumen máximo V al mínimum V_0 y es negativo el paso inverso del volumen V_0 al V.

Llamando, pues, t_1 al trabajo que efectúa en el descenso, al caer con una fuerza $P—V_0 d$, siendo d la densidad del líquido, se tiene:

$$t_1=(P—V_0d)\ (h—h_0)$$

cuando el cuerpo asciende sube con una fuerza $Vd—P$, luego:

$$t_2=(Vd—P)\ (h—h_0)$$

Cuando el cuerpo pasa en la parte superior, del volumen V al V_0 siendo s la superficie del cilindro y r el recorrido del enchufle, se tiene:

$$t_3=Sh_0dr$$

pero, como $Sr=V—V_0$

$$t_3=h_0d\ (V—V_0)$$

y siendo ahora t_4 el trabajo que hay que efectuar para hacer pasar al cuerpo del volumen V_0 al V en la parte inferior, tenemos:

$$t_4=hd\ (V—V_0)$$

y de lo que precede el trabajo total T, es igual:

$$T=t_1+t_2+t_3—t_4$$

es decir:

$$T=(P-V_0 d)(h-h_0)+(Vd-P)(h-h_0)$$
$$+h_0 d(V-V_0)-hd(V-V_0)$$

de donde:

$$T=(h-h_0)(Vd-V_0 d)-(V-V_0)d(h-h_0)$$

y por último:

$$T=(h-h_0)(Vd-V_0 d)-(Vd-V_0 d)(h-h_0)=0$$

es decir que el trabajo es nulo como en el caso anterior.

Veamos un último ejemplo en el aparato de la figura 40 que, como se ve, consiste en una rueda que contiene varios tubos huecos, por los que atraviesan barras que tienen un peso en cada extremo. Cada una de dichas barras tiene uno de sus extremos articulado con un punto fijo *P*, distante del centro de la rueda y alineado con él horizontalmente. Resulta de lo dicho, que las pesas tienen, además del movimiento de caída, otro movimiento en el sentido del largo de los tubos, de tal modo, que las de la izquierda están siempre más distantes del centro de la rueda que las de la derecha, y, por lo tanto, el momento de las primeras con relación al eje, será siempre mayor que el momento de las segundas, de aquí la imposibilidad del equilibrio en dicha rueda.

Demostración negativa. — En primer lugar, el hecho de que los momentos de las pesas de la izquierda, con relación al eje de la rueda sean ma-

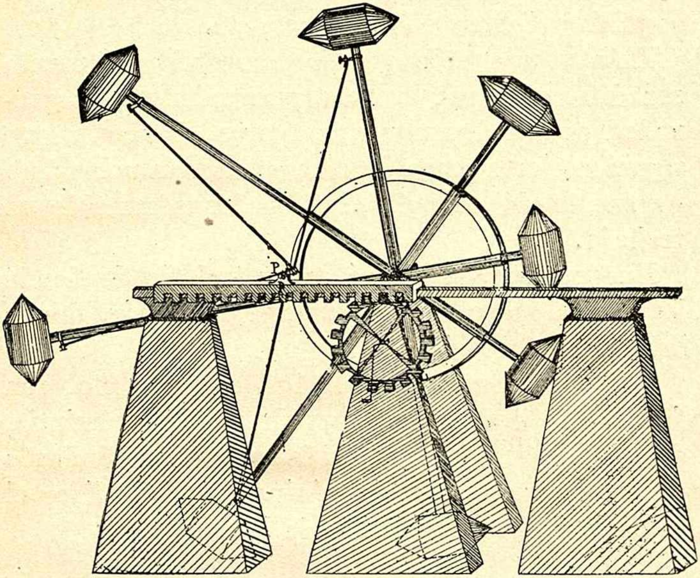


Fig. 40

yores que los de la derecha, no implica el movimiento, puesto que el sistema no es libre, sino que está ligado al punto *P*, el cual, por otra parte, obra a reacción, lo que significa que para efectuar el trabajo del levantamiento de las pesas resta trabajo al trabajo total.

Además, todo lo dicho puede resumirse así: siendo el trabajo igual al producto de la fuerza por

el desplazamiento, como éste al cabo de un ciclo es nulo, lo será también aquél.

Con lo que precede, parece que la gravedad se resistiera a que la utilizaran del mismo modo que se utiliza el viento, las mareas, etc.

Esto proviene de que la gravedad y el viento son diferentes por esencia, pues mientras la gravedad es simplemente una fuerza, el viento, que significa cierta masa de aire con cierta velocidad, es fuente de energía cinética transformable en trabajo.

Luego, pues, se podrá sacar trabajo de donde haya una masa en movimiento, es decir, donde haya energía cinética.

Por otra parte, como la luz, el calor, etc., son fuentes de energía capaces de producir trabajo, debe haber en ellos una cierta masa en movimiento que es lo que dije en la página 69, al finalizar el capítulo de la velocidad de la luz.

FIN

ÍNDICE

	Pág.
Dedicatoria	5
Prólogo	7
Caída de los cuerpos	9
Demostración experimental de la 1.ª Ley. . .	10
Aparato de gráfica discontinua para la demostración de la 2.ª Ley.	11
Idem de gráfica continua	14
Otra disposición del aparato anterior. . . .	17
Medida de la tensión normal en el péndulo. .	23
Ejercicios.	27
Areómetro.	38
Vena líquida	41
Verdadera causa que origina la contracción de la vena líquida	41
Ruptura de la vena.	43
Determinación analítica de la generatriz de la vena de un líquido de densidad *d* cuando se vierte en el seno de otro de densidad *d'* . .	45
Causas que originan la pérdida de carga. . .	52
Determinación de la ecuación general de la curva, generatriz de la vena, tomando en cuenta la pérdida de carga	54
Velocidad de la luz.	59
Fundamento de un método para la medida de la velocidad de la luz	60
Aparato para medir la velocidad de la luz. .	61

Pág.

Algunos detalles del aparato anterior. . . . 64
Medición de a, primer método. 64
Medición de a, segundo método. 66
Cálculo del error. 66
Ejercicios referentes al aparato anterior. . . 70
Fotometría. 72
Modificación del fotómetro de Bunsen. . . . 73
Fotómetro de selenio. 75
Fotómetro registrador 77
Espejos esféricos. 79
Relación proyectiva entre el objeto y la imagen. 79
Fórmula aproximada de los espejos cóncavos deducida de esa relación. 80
Fórmula exacta deducida de la misma relación proyectiva 81
Involución óptica. 87
Fórmula de Newton, deducida de la relación involutoria que liga el objeto y la imagen. . 88
Principio de involución óptica. 89
Espejos esféricos convexos 90
Apreciación de distancia. 94
Método para la medición de la distancia máxima que podemos apreciar por el factor ángulo de los dos ojos 97
Telégrafo impresor de Hughes. 100
Telégrafo impresor basado en la intensidad de la corriente 110
Telégrafo impresor basado en el número de contactos 113
Apéndice 119
El problema del "perpetuum mobile" . . . 119
Diferencia entre la energía y la fuerza aplicada a la interpretación del problema 120
Demostración positiva y negativa de algunos ejemplos. . . . . 121 a 130